
Mathematik –

ein Studienbuch für Ingenieure

Band 2:

Reihen – Differentialgleichungen – Analysis für
mehrere Variable – Stochastik

2., aktualisierte Auflage

mit 243 Bildern, 250 Beispielen
und 274 Aufgaben mit Lösungen



Fachbuchverlag Leipzig
im Carl Hanser Verlag

Inhaltsverzeichnis

7	Unendliche Reihen	12
7.1	Reihen mit konstanten Gliedern	12
7.1.1	Definitionen	12
7.1.2	Konvergenzkriterien	14
7.1.3	Restglied	24
7.2	Potenzreihen	26
7.2.1	Definition, Konvergenzbereich	26
7.2.2	Taylorische Formeln, Taylor-Reihen	29
7.2.3	Entwicklung von Funktionen in Potenzreihen	33
7.2.4	Integration nach Reihenentwicklung	40
7.2.5	Anwendungen von Potenzreihen	45
7.3	Fourier-Reihen	50
7.3.1	Definition, Konvergenz	50
7.3.2	Bestimmen der Fourierkoeffizienten	51
7.3.3	Entwickeln periodischer Funktionen in Fourier-Reihen	52
7.3.4	Fourier-Analyse symmetrischer Funktionen	54
7.3.5	Fourier-Reihen mit der Periode $T = \frac{2\pi}{\omega}$	60
7.3.6	Spektralform der Fourier-Reihe, Amplituden- und Phasenspektrum	64
7.3.7	Komplexe Form der Fourier-Reihe	67
7.3.8	Numerische harmonische Analyse	71
7.4	Aufgaben	75
8	Differentialgleichungen	80
8.1	Grundbegriffe, Aufstellen von Differentialgleichungen	80
8.1.1	Definition der Differentialgleichung	80
8.1.2	Aufstellen von Differentialgleichungen	85
8.1.3	Differentialgleichung einer Kurvenschar	91
8.2	Differentialgleichungen 1. Ordnung	93
8.2.1	Geometrische Deutung, Existenz und Eindeutigkeit der Lösungen	93
8.2.2	Isoklinenverfahren	94
8.2.3	Differentialgleichungen 1. Ordnung mit trennbaren Variablen	96
8.2.4	Durch Substitution lösbare Differentialgleichungen 1. Ordnung. Ähnlichkeitsdifferentialgleichung.	100

8.2.5	Lineare Differentialgleichungen 1. Ordnung	104
8.2.6	Spezielle Differentialgleichungen 1. Ordnung	111
8.2.6.1	Bernoullische Differentialgleichung	111
8.2.6.2	Riccatische Differentialgleichung	112
8.2.6.3	Exakte Differentialgleichung. Integrierender Faktor.	113
8.2.7	Angenäherte Lösungen von Differentialgleichungen 1. Ordnung	116
8.2.7.1	Potenzreihenansatz	116
8.2.7.2	Numerische Lösung von Differentialgleichungen 1. Ordnung (Runge-Kutta-Verfahren)	119
8.3	Differentialgleichungen 2. und höherer Ordnung	122
8.3.1	Auf Differentialgleichungen 1. Ordnung zurückführbare Differentialgleichungen 2. Ordnung	122
8.3.2	Lineare Differentialgleichungen 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten	131
8.3.2.1	Einführen eines linearen Differentialoperators	131
8.3.2.2	Die homogene lineare Differentialgleichung 2. Ordnung	134
8.3.2.3	Die inhomogene lineare Differentialgleichung 2. Ordnung	143
8.3.3	Lineare Differentialgleichungen 3. und höherer Ordnung	155
8.4	Lineare Differentialgleichungssysteme	160
8.4.1	Begriffe, Zusammenhang mit Differentialgleichungen n -ter Ordnung	160
8.4.2	Systeme linearer Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten	163
8.4.2.1	Definition	163
8.4.2.2	Eliminationsverfahren	164
8.4.2.3	Matrizenverfahren	164
8.5	Aufgaben	168
9	Laplace-Transformation	173
9.1	Laplace-Transformation als Integraltransformation	173
9.1.1	Integraltransformation	173
9.1.2	Begriff der Laplace-Transformation	174
9.1.3	Umkehrbarkeit der Laplace-Transformation	177
9.1.4	Laplace-Transformierte spezieller Zeitfunktionen	178
9.2	Struktur und Anwendung von Laplace-Transformationen	181
9.2.1	Transformationsätze	181
9.2.2	Differentiation und Integration	184
9.2.3	Multiplikation und Faltung	187
9.2.4	Inverse Laplace-Transformation mit Hilfe der Partialbruch- zerlegung	189
9.3	Lösen von Differentialgleichungen	191
9.3.1	Lösungsprinzip	191
9.3.2	Differentialgleichungen erster Ordnung	192
9.3.3	Differentialgleichungen zweiter und höherer Ordnung	194

9.3.4	Beispiele aus der Elektrotechnik	201
9.4	Tabelle von Laplace-Transformierten	205
9.5	Aufgaben	207
10	Differential- und Integralrechnung für mehrere Variable	208
10.1	Differentialrechnung für mehrere Variable	208
10.1.1	Definition und graphische Darstellung von Funktionen mit mehreren Variablen	208
10.1.2	Partielle Ableitungen	211
10.1.3	Das totale Differential	216
10.1.4	Ableitung von Funktionen mit impliziter Darstellung	219
10.1.5	Extremwerte von Funktionen mit mehreren Variablen	220
10.1.6	Taylorsche Formel für Funktionen mit mehreren Variablen	225
10.2	Integralrechnung für mehrere Variable	226
10.2.1	Doppelintegrale	226
10.2.2	Dreifachintegrale	235
10.2.3	Einige Anwendungen	240
10.3	Differential- und Integraloperationen in Feldern	243
10.3.1	Ableitung von Vektoren	243
10.3.2	Skalar- und Vektorfelder	244
10.3.2.1	Das Skalarfeld	244
10.3.2.2	Das Vektorfeld	246
10.3.3	Gradient	250
10.3.4	Divergenz	254
10.3.5	Rotation	258
10.3.6	Potentialfelder	260
10.3.7	Kurvenintegrale	263
10.4	Aufgaben	269
11	Differentialgeometrie	274
11.1	Ebene Kurven	274
11.1.1	Ausgewählte ebene Kurven	274
11.1.2	Tangenten und Normalen	278
11.1.3	Bogenlänge	283
11.1.4	Krümmung	284
11.1.5	Evoluten und Evolventen	289
11.1.6	Flächeninhalte	291
11.2	Raumkurven	295
11.2.1	Darstellung von Raumkurven	295
11.2.2	Bogenlänge	297
11.2.3	Begleitendes Dreibein einer Raumkurve	298
11.2.3.1	Tangentenvektor	298
11.2.3.2	Haupt- und Binormalenvektor	300
11.2.3.3	Die Ebenen des begleitenden Dreibeins	301

11.2.4	Krümmung und Torsion	303
11.3	Flächen	307
11.3.1	Darstellung von Flächen	307
11.3.2	Kurven auf der Fläche, Koordinatenlinien	310
11.3.3	Bogenlänge einer Kurve auf der Fläche	314
11.3.4	Schnittwinkel zweier Flächenkurven	316
11.3.5	Flächeninhalte	318
11.3.6	Krümmung von Flächen	321
11.4	Aufgaben	323
12	Wahrscheinlichkeitsrechnung und mathematische Statistik	328
12.1	Kombinatorik	328
12.1.1	Einführung	328
12.1.2	Permutationen	329
12.1.3	Variationen	330
12.1.4	Kombinationen	331
12.1.5	Übersicht und Beispiele	332
12.2	Zufällige Ereignisse und Zufallsgrößen	334
12.2.1	Einführung und Begriffe	334
12.2.2	Erfassung und Beschreibung von Zufallsgrößen und ihrer Merkmale	337
12.2.3	Beschreibung und Verknüpfung zufälliger Ereignisse	341
12.3	Wahrscheinlichkeiten	345
12.3.1	Absolute Wahrscheinlichkeit	345
12.3.2	Ermittlung von Wahrscheinlichkeiten	348
12.3.3	Bedingte Wahrscheinlichkeit	353
12.4	Wahrscheinlichkeitsverteilungen	360
12.4.1	Begriffe und Kennwerte	360
12.4.2	Diskrete Wahrscheinlichkeitsverteilungen	369
12.4.2.1	Diskrete Gleichverteilung	369
12.4.2.2	Binomialverteilung	370
12.4.2.3	Poisson-Verteilung	373
12.4.3	Stetige Wahrscheinlichkeitsverteilungen	376
12.4.3.1	Stetige Gleichverteilung	376
12.4.3.2	Normalverteilung	377
12.4.3.3	Exponentialverteilung	383
12.4.3.4	Weibull-Verteilung	386
12.5	Statistische Schätzverfahren	389
12.5.1	Grundlagen	389
12.5.1.1	Stichprobenfunktionen	389
12.5.1.2	Schätzkriterien	391
12.5.2	Punktschätzungen	392
12.5.2.1	Momentenmethode	392
12.5.2.2	Maximum-Likelihood-Methode	393

12.5.3	Konfidenzschätzungen	395
12.6	Statistische Prüfverfahren	399
12.6.1	Grundlagen	399
12.6.2	Parametertests	399
12.6.2.1	z-Test	400
12.6.2.2	t-Test	402
12.6.3	Anpassungstests	403
12.6.3.1	χ^2 -Test	404
12.6.3.2	Kolmogorov-Test	408
12.7	Korrelation zweier Merkmale	410
12.8	Anwendungen der Wahrscheinlichkeitsrechnung in der Zuverlässigkeitstheorie	413
12.8.1	Zuverlässigkeit von Elementen	413
12.8.2	Zuverlässigkeit von Systemen	422
12.9	Aufgaben	426
13	Fehler- und Ausgleichsrechnung	432
13.1	Fehlerrechnung	432
13.1.1	Meßfehler	432
13.1.2	Verteilung der Meßfehler	435
13.2	Ausgleichsrechnung	437
13.2.1	Ausgleichsprinzip	437
13.2.2	Ausgleichung direkter Beobachtungen gleicher Genauigkeit . .	437
13.2.3	Ausgleichung direkter Beobachtungen verschiedener Genauigkeit	442
13.2.4	Ausgleichung vermittelnder Beobachtungen	443
13.3	Aufgaben	448
	Lösungen	450
	Anhang	472
	Sachwortverzeichnis	479