

Karl-Heinz Pfeffer

Analysis für technische Oberschulen

Ein Lehr- und Arbeitsbuch

8., überarbeitete und erweiterte Auflage

Mit 311 Abbildungen und über 1650 Aufgaben

STUDIUM



VIEWEG+
TEUBNER

Inhaltsverzeichnis

Mathematische Zeichen und Begriffe	X
Teil A: Analysis	1
1 Die reellen Zahlen	2
1.1 Die Grundeigenschaften der reellen Zahlen	2
1.1.1 Von den natürlichen zu den reellen Zahlen	2
1.1.2 Lagebeziehungen reeller Zahlen	11
1.2 Das Rechnen in \mathbb{R}	15
1.2.1 Der binomische Satz	15
1.2.2 Gleichungen und Ungleichungen	19
2 Funktionenlehre	39
2.1 Grundlagen	39
2.1.1 Paarmengen	39
2.1.2 Funktionen	42
2.2 Ausgewählte elementare Funktionen	47
2.2.1 Lineare Funktionen	47
2.2.2 Quadratische Funktionen	74
*2.2.3 Lineare und quadratische Betragsfunktionen	94
2.3 Ganzrationale Funktionen	95
2.3.1 Reine Potenzfunktionen	95
2.3.2 Ganzrationale Funktionen als verknüpfte Potenzfunktionen	96
2.3.3 Nullstellen ganzrationaler Funktionen	98
2.3.4 Kurvenverlauf und Symmetrie	109
2.4 Wurzelfunktionen	113
2.4.1 Umkehrfunktionen (Umkehrrelationen)	113
2.4.2 Wurzelfunktionen im engeren Sinn	118
2.5 Trigonometrische Funktionen (Kreisfunktionen)	120
2.5.1 Die Eigenschaften der trigonometrischen Grundfunktionen	120
2.5.2 Die allgemeine Sinusfunktion	129
3 Folgen und Reihen	133
3.1 Grundlagen	133
3.1.1 Folge als Funktion	133
3.1.2 Schreibweise von Folgen	134
3.1.3 Eigenschaften von Folgen	136
3.1.4 Reihen	138
3.2 Spezielle (endliche) Folgen	140
3.2.1 Arithmetische Folgen und Reihen	140
3.2.2 Geometrische Folgen und Reihen	147

3.3	Grenzwert von Folgen	155
3.3.1	Unendliche geometrische Folgen und Reihen	155
*3.3.2	Verallgemeinerung des Grenzwertbegriffes	162
4	Grenzwert von Funktionen – Stetigkeit	165
4.1	Grenzwerte von Funktionen	165
4.1.1	Erfordernis diverser Grenzwertbetrachtungen	165
4.1.2	Rechnerischer Umgang mit Grenzwerten	169
*4.1.3	Anwendung auf Kurvenuntersuchungen einfacher gebrochen-rationaler Funktionen	176
4.2	Stetigkeit	183
4.2.1	Begriff der Stetigkeit	183
4.2.2	Globale Stetigkeit	186
5	Differentialrechnung	187
5.1	Das Tangentenproblem	187
5.1.1	Die Differenzenquotientenfunktion	187
5.1.2	Allgemeine Definition des Differentialquotienten	191
5.1.3	Einfache Differentiationsregeln	192
*5.1.4	Differenzierbarkeit und Stetigkeit	198
*5.1.5	Anwendung in der Physik	199
5.1.6	Newton'sches Näherungsverfahren	202
5.2	Anwendung auf Kurvenuntersuchungen	203
5.2.1	Extremstellen von Funktionen – <i>Krümmungsverhalten</i>	204
5.2.2	Wendepunkte	208
5.2.3	Kurvendiskussion ganzrationaler Funktionen	213
5.2.4	Funktionssynthese	218
5.3	Extremwertaufgaben mit Nebenbedingungen	221
6	Integralrechnung	228
6.1	Das bestimmte Integral	228
6.1.1	Das Flächenproblem	228
6.1.2	Die Berechnung des bestimmten Integrals ganzrationaler Funktionen ...	238
*6.2	Die Integration als Umkehrung der Differentiation	251
6.2.1	Stammfunktion und unbestimmtes Integral	251
6.2.2	Die Berechnung bestimmter Integrale mit Hilfe von Stammfunktionen .	254
7	Vertiefung der Differential- und Integralrechnung	255
7.1	Weitere Differentiationsregeln	255
7.1.1	Produktregel	255
7.1.2	Quotientenregel	256
7.1.3	Kettenregel	257
7.2	Kurvendiskussion gebrochen-rationaler Funktionen	261
7.3	Kurvendiskussion trigonometrischer Funktionen	273
7.3.1	Die Differentiation der trigonometrischen Grundfunktionen	273
7.3.2	Zusammengesetzte trigonometrische Funktionen	278

7.4	Exponentialfunktionen	281
7.4.1	Allgemeine Exponentialfunktionen	281
7.4.2	<i>Euler</i> 'sche Zahl und <i>e</i> -Funktion	283
7.4.3	Wachstum und Zerfall	289
7.4.4	Kurvendiskussion verknüpfter <i>e</i> -Funktionen	293
*7.5	Krümmung und Krümmungsradius einer Kurve	296
Teil B: Analytische Geometrie		301
8	Vektoren	302
8.1	Grundlagen	302
8.1.1	Skalare und vektorielle Größen	302
8.1.2	Der Vektorbegriff	302
8.1.3	Eigenschaften von Vektoren	305
8.1.4	Vektoren im Anschauungsraum	307
8.2	Elementare Rechenoperationen	313
8.2.1	Vektoraddition und -subtraktion	313
8.2.2	Multiplikation eines Vektors mit einem Skalar (S-Multiplikation)	323
8.3	Vektormultiplikationen	333
8.3.1	Das Skalarprodukt	333
8.3.2	Das Vektorprodukt	344
8.3.3	Das Spatprodukt	349
9	Vektorgeometrie	352
9.1	Vektorgeometrie der Geraden	352
9.1.1	Die vektorielle Geradengleichung in Parameterform	352
9.1.2	Lagebeziehungen von Punkt und Gerade	355
9.1.3	Schnittpunkt zweier Geraden	358
9.1.4	Abstand Punkt – Gerade	361
9.1.5	Abstand windschiefer Geraden	364
9.2	Vektorgeometrie der Ebene	366
9.2.1	Die vektorielle Ebenengleichung in Parameterform	366
9.2.2	Koordinatenform der Ebenengleichung	368
9.2.3	Schnittpunkt Gerade – Ebene	370
9.2.4	Abstand Punkt – Ebene	372
10	Komplexe Zahlen	374
10.1	Grundlagen	374
10.1.1	Zahlenbereichserweiterung von \mathbb{R} auf \mathbb{C}	374
10.1.2	Darstellung komplexer Zahlen	375
10.2	Grundrechenarten	376
10.2.1	Addition und Subtraktion komplexer Zahlen	376
10.2.2	Multiplikation komplexer Zahlen	377
10.2.3	Division komplexer Zahlen	378
Ausblick		379
Sachwortverzeichnis		382