

# On Matrix Games with Multiple Choices

Dissertation zur Erlangung des akademischen Grades  
doctor rerum naturalium (Dr. rer. nat.)

vorgelegt dem Rat der Fakultät für Mathematik und Informatik  
der Friedrich-Schiller-Universität Jena  
von Diplom-Mathematiker Lars Stoppe  
geboren am 06.11.1979 in Schleiz

Erster Gutachter : Prof. Dr. Ingo Althöfer  
Zweiter Gutachter : Prof. Dr. Matthias Löwe  
Tag der  
letzten Prüfung des Rigorosums : 13.09.2006  
öffentlichen Verteidigung : 14.09.2006

# Contents

Acknowledgments	1
Deutsche Zusammenfassung - Abstract in German	2
Introduction	6
<b>1 Fundamentals of Matrix Games</b>	<b>8</b>
1.1 Introductory Example . . . . .	8
1.2 Matrix Games . . . . .	9
1.3 Solution of the Introductory Example . . . . .	14
1.4 Matrix Transformations . . . . .	15
1.5 Equivalent Structures for Max and Min . . . . .	15
<b>2 Multiple Choice Matrix Games - MCMG</b>	<b>17</b>
2.1 Introductory Example . . . . .	17
2.2 One Step Games . . . . .	19
2.2.1 $k \times 1$ -Games . . . . .	20
2.2.2 $k \times 1-t$ -Games . . . . .	35
2.2.3 Comparison of the Game Values . . . . .	40
2.2.4 One Step Games in Random Matrices . . . . .	43
2.3 Two Step Games . . . . .	52
2.3.1 $k \times l$ -Games . . . . .	52
2.3.2 $k \times l-t$ -Games . . . . .	57
2.4 Multi-Step-Games . . . . .	60

<b>3</b>	<b>Multiple Action Matrix Games - MAMG</b>	<b>63</b>
3.1	Introductory Example . . . . .	63
3.2	General Definition . . . . .	64
3.3	$k \times 1$ -MAMG . . . . .	65
3.4	$k \times \ell$ -MAMG . . . . .	77
<b>4</b>	<b>Multiple Choice Games with Assistant</b>	<b>81</b>
4.1	Introduction and Definition . . . . .	81
4.2	Results . . . . .	82
<b>5</b>	<b>Conclusions, Open Questions and Other Models</b>	<b>91</b>
5.1	Conclusions . . . . .	91
5.2	Open Questions . . . . .	93
5.3	Other Models . . . . .	95
<b>A</b>	<b>Finding Saddlelines</b>	<b>97</b>
	<b>References</b>	<b>99</b>