Numerik gewöhnlicher Differentialgleichungen

Band 2 Mehrschrittverfahren

Von Dr. phil. nat. Rolf Dieter Grigorieff
o. Professor an der Technischen Universität Berlin

unter Mitwirkung von
Dr. phil. nat. Hans Joachim Pfeiffer
wiss. Assistent an der Technischen Universität Berlin

Mit 49 Figuren, 32 Tabellen und
zahlreichen Beispielen

Fachbereich Mathematik
Technische Hochschule Darmstadt
Bibliothek
Inv.-Nr. B 16409

B. G. Teubner Stuttgart 1977

Inhalt

1. Mehrschrittverfahren für Systeme erster Ordnung..... 9

1.1. Definition der Mehrschrittverfahren..... 9
1.2. Spezielle Mehrschrittverfahren..... 21
1.2.1. Das Verfahren von Adams-Bashforth..... 23
1.2.2. Das Verfahren von Nyström..... 29
1.2.3. Das Verfahren von Adams-Moulton..... 37
1.2.4. Das Verfahren von Milne-Simpson..... 42
1.2.5. Verfahren, die auf numerischer Differentiation beruhen..... 44
1.2.6. Formeln mit günstiger Fehlerfortpflanzung.. 48
1.2.7. Bemerkungen zum Taylorabgleich..... 56
1.3. Mehrschrittverfahren in Nordsieck-Form..... 58
1.4. Anlaufrechnung..... 69
1.5. Bemessung der Schrittweite..... 78
1.5.1. Eine Schranke für den globalen Fehler..... 80
1.5.2. Schätzungen des Abschneidefehlers..... 82
1.6. Änderung der Schrittweite und Ordnung..... 89
1.6.1. Die Methode von Ceschino..... 90
1.6.2. Die Methode von Nordsieck-Gear..... 92
1.6.3. Das Verfahren von Krogh..... 98

2. Asymptotische Eigenschaften der Mehrschrittverfahren...111

2.1. Inverse Stabilität.....111
2.2. Algebraische Charakterisierung der Lipschitz-Stabilität.....117
2.3. Vorbemerkungen zur Konvergenz der Mehrschrittverfahren.....123
2.4. Konvergenz der Mehrschrittverfahren.....128
2.5. Inverse Stabilität bezüglich der Spijker-Norm.....140
2.6. Optimale und zweiseitige Fehlerabschätzungen.....145
2.7. Die maximale Konsistenzordnung stabiler Mehrschrittverfahren.....159
2.8. Weiteres zur Konvergenz von Mehrschrittverfahren.....164
2.9. Asymptotische Entwicklungen.....169

2.10. Einige Eigenschaften der Wachstumsparameter.....189

3. Stabilitätsbereiche von Mehrschrittverfahren.....193

3.1. Starke und relative Stabilität.....193
3.2. Absolute Stabilität.....203
3.3. Bemerkungen zur Integration steifer Systeme.....236

4. Prädiktor-Korrektor-Verfahren.....250

4.1. Definition der $P(EC)^1E$- und der $P(EC)^1$-Verfahren..250
4.2. Beispiele.....253
4.3. Konvergenz der $P(EC)^1E$-Verfahren.....260
4.4. Absolute Stabilität der $P(EC)^1E$-Verfahren.....263
4.5. Spezielle $P(EC)^1E$-Verfahren.....278
4.6. Konvergenz der $P(EC)^1$-Verfahren.....292
4.7. Absolute Stabilität der $P(EC)^1$-Verfahren.....298

5. Einige Verfahren speziellen Typs.....306

5.1. Die implizite Mittelpunktregel mit Glättung und Extrapolation.....307
5.2. Das Verfahren von Enright.....321
5.3. Verfahren mit variablen Koeffizienten.....329

6. Verfahren für Systeme höherer Ordnung.....348

6.1. Definition der Verfahren.....348
6.2. Spezielle Mehrschrittverfahren für Systeme zweiter Ordnung.....356
6.2.1. Verfahren vom Typ (A_hI).....356
6.2.2. Verfahren vom Typ (A_hII) für $u'=f(\cdot,u)$.....359
6.3. Asymptotische Stabilität der Verfahren für Systeme höherer Ordnung.....367
6.3.1. Lipschitz-Stabilität für Verfahren vom Typ (A_hI).....368
6.3.2. Lipschitz-Stabilität für Verfahren vom Typ (A_hII).....370
6.4. Konvergenz der Mehrschrittverfahren für Systeme höherer Ordnung.....380
6.5. Reduktion von Rundungsfehlern.....383

Literatur 391

Sachverzeichnis 409