

Friedrich Zech

Grundkurs Mathematikdidaktik

Theoretische und praktische Anleitungen
für das Lehren und Lernen von Mathematik

Beltz Verlag · Weinheim und Basel

Inhaltsverzeichnis

Verzeichnis der Schemata	13
Vorwort zur Neuauflage	15
Aus dem Vorwort zur ersten Auflage	19
Hinweise zur Lektüre	20
1. Kapitel: Zielsetzung, Voraussetzungen und Verlaufsplanung des Kurses	21
1.0 Vororientierung	21
1.1 Allgemeine Zielvorstellungen	21
1.2 Grundgedanken zur Realisation	23
1.3 Das dem Kurs zugrundeliegende lehr- und lerntheoretische Modell des Mathematikunterrichts	24
1.4 Inhaltliche Intentionen	26
1.5 Tragende Teile (Medien und Methoden) des Kurses und ihre Funktion	27
1.6 Wünschenswerte Voraussetzungen oder Vertiefungen (Literaturhinweise)	27
1.7 Planung des Kursverlaufs	29
1.8 Arbeits- und Zeitanforderungen des Kurses	31
1.9 Diskussionsanregung	31
1.10 Ergänzungen: Grundmerkmale des Unterrichts	31
1.10.1 Das hier zugrunde gelegte Verständnis von Unterricht	31
1.10.2 Anforderungen an das Unterrichtsmodell und Auswahl der Unterrichtsdimensionen	32
2. Kapitel: Rahmenbedingungen des Mathematikunterrichts	35
2.0 Vororientierung	35
2.1 Anthropogene und soziokulturelle Bedingungen	35
2.2 Charakteristika des »guten« Lehrers	42
2.3 Geschlechtsunterschiede im Mathematikunterricht	45
2.4 Einige Bemerkungen zur Differenzierung	46
2.5 Aufgaben und Diskussionsanregungen	48
2.6 Literaturhinweise	49

3. Kapitel: Ziele des Mathematikunterrichts; ihre Taxonomie und Operationalisierung	51
3.0 Vororientierung	51
3.1 Allgemeine Zielvorstellungen des Mathematikunterrichts	51
3.1.1 Allgemeine Ziele des Schulunterrichts	51
3.1.2 Fachübergreifende und allgemeine Ziele des Mathematikunterrichts	53
3.1.3 Anmerkungen zu Inhalten und Verfahren des Mathematikunterrichts	61
3.1.4 Gewinnung und Auswahl von Lernzielen und -inhalten	62
3.2 Taxonomie mathematischer Lernziele	65
3.2.1 Gesichtspunkt: Präzisierung der Lernziele	65
3.2.2 Die Taxonomie der Lernziele nach Bloom u.a.	66
3.2.3 Eine Taxonomie kognitiver Ziele der Schulmathematik	67
3.2.4 Sozial-affektive Ziele des Mathematikunterrichts	72
3.2.5 Psychomotorische Lernziele des Mathematikunterrichts	78
3.2.6 Anmerkungen zum Gebrauch von Taxonomien	79
3.3 Operationalisierung mathematischer Lernziele	80
3.3.1 Die Operationalisierung der Lernziele nach Mager	80
3.3.2 Kontrolle mathematischer Lernziele	83
3.4 Zusammenfassende Übersicht	86
3.5 Aufgaben und Diskussionsanregungen	87
3.6 Literaturhinweise	88
4. Kapitel: Entwicklung mathematischen Denkens und operative Prinzipien	89
4.0 Vororientierung	89
4.1 Theorien der Denkentwicklung	89
4.1.1 Die Stadientheorie Piagets	89
4.1.2 Aebli's operative Methode	93
4.1.3 Weitere Verdeutlichungen der operativen Methode	98
4.1.4 Die Theorie der Darstellungsebenen nach Bruner	104
4.1.5 Die Theorie der etappenweisen Ausbildung geistiger Handlungen nach Galperin und Lompscher	110
4.2 Praktische Folgerungen für den Mathematikunterricht	114
4.2.1 Grundsätzliches zu didaktischen Prinzipien	114
4.2.2 Operative Prinzipien	115
4.3 Zusammenfassende Übersicht	124
4.4 Aufgaben und Diskussionsanregungen	125
4.5 Literaturhinweise	126

5. Kapitel: Sinnvolles Lernen im Mathematikunterricht	127
5.0 Vororientierung	127
5.1 Was heißt eigentlich »Lernen«?	127
5.1.1 Umschreibungen für Lernen	127
5.1.2 Grobeinteilung von Lernarten: sinnvolles und mechanisches Lernen	128
5.2 Beschreibung sinnvollen Lernens nach Ausubel u.a.	128
5.2.1 Begriff und Aufbau der kognitiven Struktur	128
5.2.2 Grundbedingung sinnvollen Lernens: Anknüpfen an die kognitive Struktur des Lernenden	129
5.2.3 Erste Folgerungen für den Mathematikunterricht	131
5.2.4 Explizite Formulierung eines Verständniskerns und Verständnisaufgaben	132
5.2.5 Vorstrukturierungen	134
5.2.6 Progressive Differenzierung	136
5.2.7 Integrative Verbindung	138
5.2.8 Sinnvolles Lernen und Gedächtnis	139
5.2.9 Zusammenfassende Übersicht	141
5.3 Ergänzung: »Kognitive Theorien«	141
5.3.1 Kognitive versus behavioristische Theorien	141
5.3.2 Ein Informationsverarbeitungsmodell	143
5.4 Aufgaben und Diskussionsanregungen	146
5.5 Literaturhinweise	146
6. Kapitel: Lerntypen des Mathematiklernens und ihre Bedingungen	147
6.0 Vororientierung	147
6.1 Die Gagnésche Einteilung von Lerntypen	147
6.1.1 Verschiedene Einteilungen von Lernarten	147
6.1.2 Lerntypen nach Gagné	148
6.2 Überlegungen zur Gagnéschen Lerntypeneinteilung	154
6.2.1 Zur hierarchischen Struktur der Gagnéschen Lerntypen	154
6.2.2 Zur Unvollständigkeit der Gagnéschen Lernstruktur	157
6.2.3 Rezeptives Lernen versus entdeckendes Lernen	159
6.2.4 Zur Verschränkung der Lerntypen	162
6.3 Eine Einteilung von Lerntypen des Mathematiklernens	163
6.3.1 Assoziatives Lernen	164
6.3.2 Diskriminationslernen	165
6.3.3 Lernen mathematischer Begriffe	165
6.3.4 Lernen mathematischer Regeln	166
6.3.5 Lernen heuristischer Regeln	166
6.3.6 Lösen mathematischer Probleme	167
6.3.7 Beobachtungslernen nach Bandura u.a.	168

6.4	Bedingungen des Mathematiklernens	170
6.4.1	Bedingungen für Beobachtungslernen	171
6.4.2	Bedingungen für assoziatives Lernen	173
6.4.3	Bedingungen für Diskriminationslernen	174
6.4.4	Bedingungen für das Lernen mathematischer Begriffe	175
6.4.5	Bedingungen für das Lernen mathematischer Regeln	176
6.4.6	Bedingungen für das Lernen heuristischer Regeln	176
6.4.7	Bedingungen für das Lösen mathematischer Probleme	176
6.4.8	Zusammenfassende Übersicht	177
6.5	Aufgaben und Diskussionsanregungen	178
6.6	Literaturhinweise	179
7.	Kapitel: Lernphasen, insbesondere Motivation, Übung, Anwendung und	
	Transfer des Mathematiklernens	181
7.0	Vororientierung	181
7.1	Lernphasen	181
7.1.1	Die Phase der Motivation	182
7.1.2	Die Phase der Schwierigkeiten	182
7.1.3	Die Überwindung der Schwierigkeiten (Lösungsphase)	182
7.1.4	Die Sicherung des Gelernten	183
7.1.5	Die Phase der Anwendung und Übung	183
7.1.6	Der Transfer des Gelernten	184
7.1.7	Das Lernphasenschema und seine Bedeutung	184
7.1.8	Andere Vorschläge für die Artikulation des Unterrichts	185
7.2	Motivation des Mathematiklernens	186
7.2.1	Motive und Motivation (Begriffsklärung und Vorbemerkungen)	187
7.2.2	Motivation durch kognitiven Antrieb (Neugier)	189
7.2.3	Motivationen im Umfeld des Lebenszweckmotivs (Anwendungen, Verlebendigungen, historische Bezüge)	192
7.2.4	Leistungsmotivation im Mathematikunterricht	197
7.2.5	Soziale Motivation im Mathematikunterricht	202
7.2.6	Schlußbemerkungen zum Thema »Motivation«	204
7.2.7	Zusammenfassende Übersicht	206
7.3	Anwendung und Übung des Mathematiklernens	208
7.3.1	Formen des Übens	208
7.3.2	Zur Motivierung und äußeren Gestaltung von Übungsaufgaben	211
7.4	Transfer des Mathematiklernens	215
7.4.1	Begriffsklärung: Transferarten	215
7.4.2	Günstige Bedingungen für positiven Transfer	216
7.4.3	Negativer Transfer und Möglichkeiten seiner Verhinderung	219
7.4.4	Zusammenfassende Übersicht	220
7.5	Aufgaben und Diskussionsanregungen	221
7.6	Literaturhinweise	222

8. Kapitel: Leitlinien zur Vorbereitung, Durchführung, Beobachtung und	
Besprechung von Mathematikunterricht	223
8.0 Vororientierung	223
8.1 Vorbereitung von Mathematikunterricht	223
8.1.1 Das Problem der Unterrichtsvorbereitung allgemein	223
8.1.2 Gegenstand der Unterrichtsplanung	224
8.1.3 Die Vorbereitung einer größeren Unterrichtseinheit	225
8.1.4 Die Vorbereitung einer Unterrichtsstunde (innerhalb einer größeren Unterrichtseinheit)	228
8.1.5 Technische Hinweise zur Unterrichtsplanung	236
8.2 Durchführung von Mathematikunterricht	240
8.2.1 Das Problem des Unterrichtens	240
8.2.2 Microteaching-Konzepte	240
8.2.3 Das Unterrichtskonzept dieses Grundkurses	241
8.2.4 Einige praktische Hinweise zum Unterrichten	243
8.3 Beobachtung von Mathematikunterricht	244
8.3.1 Das Problem der Unterrichtsbeobachtung allgemein	244
8.3.2 Prinzipien für Unterrichtsbeobachtungen	245
8.3.3 Ziele der Unterrichtsbeobachtung	246
8.3.4 Beobachtungsschemata	246
8.3.5 Weitere Hinweise zur Unterrichtsbeobachtung	250
8.4 Besprechung einer Mathematikstunde	251
8.4.1 Einige grundsätzliche Gesichtspunkte der Stundenbesprechung	251
8.4.2 Zeitlicher Verlauf der Besprechung	252
8.5 Aufgaben und Diskussionsanregungen	253
8.6 Literaturhinweise	254
9. Kapitel: Das Lernen mathematischer Begriffe	255
9.0 Vororientierung	255
9.1 Von welchen Begriffen hier besonders die Rede ist	255
9.2 Sinn von Begriffsbildungen; logische und psychologische Seite der Begriffsbildung	256
9.3 Psychologische Vorgänge bei der Begriffsbildung	257
9.4 Begriffslernen in Abhängigkeit von der Denkentwicklung	258
9.5 Einige Ergebnisse und Anregungen spezieller Begriffsforschung	260
9.5.1 Grundsätzliches zur Vermittlung von Begriffen über Beispiele, Gegenbeispiele und verbale Hinweise	260
9.5.2 Zur Auswahl von Beispielen und Gegenbeispielen	261
9.5.3 Abfolge und Anordnung von Beispielen und Gegenbeispielen	262
9.5.4 Bedeutung und Beschränkung der Begriffsforschung	263
9.6 Zur Rolle der Sprache beim Begriffslernen	264
9.7 Zur Zielsetzung und Kontrolle des Begriffslernens	266

9.8	Lernphasen des Begriffslernens und unterrichtspraktische Hinweise . . .	267
9.9	Unterrichtsbeispiel zum Begriffslernen	271
9.10	Begriffslernen mit Hilfe einer »Orientierungsgrundlage«	275
9.10.1	Operative Zugänge am Beispiel »Quadrat«	276
9.10.2	Begriffslernen nach Galperin u.a.	277
9.11	Übersicht über günstige Bedingungen des Begriffslernens	279
9.12	Aufgaben und Diskussionsanregungen	280
9.13	Vorschläge für die Beobachtung und Besprechung von Unterrichts- versuchen zur Einführung und vertiefenden Übung eines Begriffs	281
9.14	Literaturhinweise	282

10. Kapitel: Das Lernen mathematischer Regeln 283

10.0	Vororientierung	283
10.1	Erinnerung an frühere Ausführungen zum Regellernen	283
10.2	Verbale Interaktionsformen des Regellernens	284
10.2.1	Hauptformen: fragend-entwickelnder Unterricht und Unterrichtsgespräch	284
10.2.2	Strategien der didaktischen Gesprächsführung: Frage – Denkanstoß – Impuls	286
10.2.3	Der didaktische Sinn von Frage, Denkanstoß, Impuls	286
10.2.4	Eng- und weitgefaßte Fragen	288
10.2.5	Einige praktische Hinweise zur Fragetechnik des Lehrers	288
10.2.6	Zur Verbesserung der Fragequalität	290
10.3	Die besondere Bedeutung der Sprache beim Regellernen	292
10.4	Zur Zielsetzung und Kontrolle des Regellernens	293
10.5	Lernphasen des Regellernens und unterrichtspraktische Hinweise	296
10.6	Unterrichtsbeispiel zum Regellernen: Flächeninhaltsberechnung des Kegelmantels	298
10.7	Übersicht über günstige Bedingungen des Regellernens	304
10.8	Aufgaben und Diskussionsanregungen	305
10.9	Vorschläge für die Beobachtung und Besprechung von Unterrichts- versuchen zur Einführung und Vertiefung einer mathematischen Regel .	305
10.10	Literaturhinweise	306

11. Kapitel: Problemlösen im Mathematikunterricht 307

11.0	Vororientierung	307
11.1	Begriff und Bedeutung des Problemlösens	307
11.2	Grundbedingungen des Problemlösungsunterrichts	309
11.3	Strategische Lernhilfen beim Problemlösen	310
11.3.1	Grundprinzipien der Heuristik	310
11.3.2	Ein Katalog heuristischer Regeln nach Polya	310
11.3.3	Eine kleine Übung zur heuristischen Fragetechnik	313

11.4	Eine Taxonomie möglicher Lernhilfen beim Problemlösen	315
11.4.1	Die Kategorien	315
11.4.2	Erläuterung der einzelnen Kategorien	316
11.4.3	Direkte und indirekte Hilfen	317
11.4.4	Zur praktischen Verwendung der Taxonomie	318
11.4.5	Eine Tabelle möglicher Hilfen für ein spezielles Problem	318
11.5	Zur Zielsetzung und Kontrolle des Problemlösens in Kleingruppen	320
11.5.1	Warum Problemlösen in Kleingruppen?	320
11.5.2	Kognitive Zielsetzungen	320
11.5.3	Anregungen für Lernkontrollen	321
11.6	Lernphasen des Problemlösens und unterrichtspraktische Hinweise	321
11.6.1	Zum psychologischen Vorgang des Problemlösens	321
11.6.2	Zur Vorbereitung des Lehrers	322
11.6.3	Motivation und Problemgewinnung	322
11.6.4	Schwierigkeiten und ihre Überwindung (Problemlösung)	324
11.6.5	Sicherung des Erarbeiteten	325
11.6.6	Übung, Anwendung und Transfer des Gelernten	327
11.7	Zur problemlösenden Behandlung von Sachaufgaben	327
11.7.1	Das Anforderungsniveau von Aufgaben	328
11.7.2	Zum Lösen von Sachaufgaben in der Grundschule	332
11.7.3	Zum Lösen von Sachaufgaben in der Sekundarstufe I	337
11.8	Zur problemlösenden Behandlung von mathematischen Sätzen und ihren Beweisen in der Sekundarstufe I	342
11.9	Zur problemlösenden Behandlung von Konstruktionsaufgaben	347
11.10	Förderung des Problemlösens	350
11.10.1	Altersbedingte Tendenzen beim Problemlösen	350
11.10.2	Entwicklung von Problemlösefähigkeit	351
11.10.3	Förderung kreativen Verhaltens	354
11.10.4	Ausblick: Problemlösen, kreativer Unterricht und die Realität	356
11.11	Zum Kleingruppenunterricht (Anhang)	358
11.11.1	Begründung des Kleingruppenunterrichts	358
11.11.2	Praktische Hinweise zum Kleingruppenunterricht	360
11.12	Übersicht über günstige Bedingungen für Problemlösen	363
11.13	Aufgaben und Diskussionsanregungen	364
11.14	Vorschläge für die Beobachtung und Besprechung von Stunden zur Erarbeitung heuristischer Regeln und zur Lösung mathematischer Probleme in Kleingruppen	366
11.15	Literaturhinweise	367

12. Kapitel: Zielsetzungen des Kurses: Rück- und Ausblick	369
12.0 Vororientierung	369
12.1 Zielsetzungen dieses Buches	369
12.2 Eine mögliche Lernzielkontrolle	372
12.3 Zielsetzungen eines Praktikums	374
12.3.1 Hauptziele eines auf dieses Buch bezogenen Praktikums	374
12.3.2 Nebenziele des Praktikums	376
12.4 Essentials eines Theorie und Praxis verbindenden Gesamtkurses	378
Literaturverzeichnis	381
Sachverzeichnis	393
Autorenverzeichnis	397