

Differentialformen

und Anwendungen auf
Vektoranalysis,
Differentialgleichungen,
Geometrie

von

Dr. Erhard Heil

Professor an der

Technischen Hochschule Darmstadt



Bibliographisches Institut Mannheim/Wien/Zürich
B. I. - Wissenschaftsverlag

I n h a l t

Vorwort	III
Teil I. Anwendung und Handhabung des Kalküls	
§ 1. Mehrfache Integrale und Differentialformen	
1.1 Variablentransformation bei mehrfachen Integralen	1
1.2 Integrale über Differentialformen	5
1.3 Beispiele und Aufgaben	9
§ 2. Vektoranalysis und äußere Differentiation	
2.1 Inneres und vektorielles Produkt im Raum	12
2.2 Äußere Differentiation	14
2.3 Rotation, Divergenz und Gradient als äußere Ableitung	15
2.4 Das 1.POINCARÉsche Lemma	17
2.5 Das 1.POINCARÉsche Lemma in der Vektoranalysis	18
2.6 Der LAPLACE-Operator	18
2.7 Aufgaben	20
§ 3. Der Integralsatz	
3.1 Der allgemeine STOKESSche Integralsatz	21
3.2 Spezielle Formen des Integralsatzes	27
3.3 Aufgaben und Beispiele	29
§ 4. Das 2.POINCARÉsche Lemma	
4.1 Das 2.POINCARÉsche Lemma	36
4.2 Anwendung auf Vektorfelder im Raum	40
4.3 Wegunabhängigkeit bei Kurvenintegralen	41
4.4 Aufgaben und Beispiele	47
§ 5. PFAFFsche Gleichungen und Systeme	
5.1 PFAFFsche Gleichungen	55
5.2 Beispiele und Aufgaben	59
5.3 Differentialformen als Tensorfelder	66
5.4 CARTANs Behandlung partieller Differentialgleichungen	72
5.5 Beispiele und Aufgaben	75
5.6 PFAFFsche Systeme	82
5.7 MAYERSche Systeme	88
5.8 Beispiele und Aufgaben	90
§ 6. Flächentheorie	
6.1 Bezugssysteme und Grundgleichungen	93
6.2 Flächentheorie nach CARTAN	98
6.3 Flächentheorie nach GAUSS	103
6.4 Vergleichende Übersicht	110
6.5 Beispiele und Aufgaben	112

Teil II. Aufbau der Theorie

§ 7.	Die äußere Algebra über einem Vektorraum	
7.1	Definition der äußeren Algebra	119
7.2	Koordinatendarstellungen	124
7.3	Zerlegbare p -Vektoren	128
7.4	Koordinatentransformation	130
7.5	Das p -dimensionale Volumen	134
7.6	Das innere Produkt in V_p	139
7.7	Ein basisfreier Aufbau der äußeren Algebra	143
7.8	Die HODGE-Dualität	147
7.9	Beispiele und Anwendungen	150
§ 8.	Differentialformen auf Mannigfaltigkeiten	
8.1	Differenzierbare Mannigfaltigkeiten	158
8.2	Differentialformen auf einer Mannigfaltigkeit	165
8.3	Invariante Definition der Differentialformen	170
8.4	Abbildungen und Untermannigfaltigkeiten	177
8.5	Integrale auf Mannigfaltigkeiten	181
8.6	Die POINCARÉschen Lemmata und der STOKESsche Integralsatz	185
8.7	Differentialformen in der algebraischen Topologie	193
Literaturverzeichnis		198
Register		201