

Günther Bourier

Wahrscheinlichkeits- rechnung und schließende Statistik

Praxisorientierte Einführung

Mit Aufgaben und Lösungen

6., überarbeitete Auflage



Inhaltsverzeichnis

| | |
|--|-----|
| Vorwort | V |
| Inhaltsverzeichnis | VII |
| 1 Einführung | 1 |
| 2 Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung | 5 |
| 2.1 Zufallsvorgang | 5 |
| 2.2 Elementarereignis und Ereignisraum | 6 |
| 2.3 Ereignis | 7 |
| 2.4 Übungsaufgaben und Kontrollfragen | 9 |
| 3 Direkte Ermittlung von Wahrscheinlichkeiten | 11 |
| 3.1 Die klassische Wahrscheinlichkeitsermittlung | 11 |
| 3.2 Die statistische Wahrscheinlichkeitsermittlung | 14 |
| 3.3 Die subjektive Wahrscheinlichkeitsermittlung | 18 |
| 3.4 Übungsaufgaben und Kontrollfragen | 19 |
| 4 Indirekte Ermittlung von Wahrscheinlichkeiten | 21 |
| 4.1 Relationen von Ereignissen | 22 |
| 4.1.1 Vereinigung von Ereignissen | 22 |
| 4.1.2 Durchschnitt von Ereignissen | 24 |
| 4.1.3 Komplementärereignis | 27 |
| 4.1.4 Weitere Relationen | 29 |
| 4.2 Eigenschaften von Wahrscheinlichkeiten | 34 |
| 4.3 Rechnen mit Wahrscheinlichkeiten | 36 |
| 4.3.1 Additionssätze | 36 |
| 4.3.2 Bedingte Wahrscheinlichkeit | 40 |
| 4.3.3 Unabhängigkeit von Ereignissen | 44 |
| 4.3.4 Multiplikationssätze | 47 |
| 4.3.5 Wahrscheinlichkeit des Komplementärereignisses | 53 |
| 4.3.6 Die totale Wahrscheinlichkeit | 55 |
| 4.3.7 Der Satz von Bayes | 60 |
| 4.3.8 Weitere Rechenregeln | 66 |
| 4.4 Übungsaufgaben und Kontrollfragen | 66 |

| | | |
|---------|---|-----|
| 5 | Kombinatorik | 71 |
| 5.1 | Permutationen | 71 |
| 5.1.1 | Permutationen ohne Wiederholung | 72 |
| 5.1.2 | Permutationen mit Wiederholung | 73 |
| 5.2 | Kombinationen | 75 |
| 5.2.1 | Kombinationen ohne Wiederholung | 75 |
| 5.2.1.1 | mit Beachtung der Anordnung | 75 |
| 5.2.1.2 | ohne Beachtung der Anordnung | 76 |
| 5.2.2 | Kombinationen mit Wiederholung | 77 |
| 5.2.2.1 | mit Beachtung der Anordnung | 78 |
| 5.2.2.2 | ohne Beachtung der Anordnung | 79 |
| 5.3 | Permutation, Variation oder Kombination | 80 |
| 5.4 | Übungsaufgaben und Kontrollfragen | 80 |
| 6 | Zufallsvariable | 83 |
| 6.1 | Zum Begriff Zufallsvariable | 83 |
| 6.2 | Diskrete Zufallsvariable | 89 |
| 6.2.1 | Wahrscheinlichkeitsfunktion | 90 |
| 6.2.2 | Verteilungsfunktion | 94 |
| 6.2.3 | Parameter | 98 |
| 6.2.3.1 | Erwartungswert | 98 |
| 6.2.3.2 | Varianz und Standardabweichung | 101 |
| 6.2.4 | Die Ungleichung von Tschebyscheff | 104 |
| 6.3 | Stetige Zufallsvariable | 106 |
| 6.3.1 | Wahrscheinlichkeitsdichte | 107 |
| 6.3.2 | Verteilungsfunktion | 111 |
| 6.3.3 | Parameter | 115 |
| 6.3.3.1 | Erwartungswert | 115 |
| 6.3.3.2 | Varianz und Standardabweichung | 116 |
| 6.4 | Mehrdimensionale Zufallsvariable | 118 |
| 6.4.1 | Wahrscheinlichkeitsfunktion | 119 |
| 6.4.2 | Verteilungsfunktion | 122 |
| 6.4.3 | Parameter | 124 |
| 6.4.4 | Unabhängigkeit von Zufallsvariablen | 127 |
| 6.5 | Übungsaufgaben und Kontrollfragen | 128 |

| | | |
|---------|--|-----|
| 7 | Theoretische Verteilungen von Zufallsvariablen | 129 |
| 7.1 | Diskrete Verteilungen | 130 |
| 7.1.1 | Binomialverteilung | 130 |
| 7.1.2 | Hypergeometrische Verteilung | 135 |
| 7.1.3 | Poissonverteilung | 141 |
| 7.1.4 | Weitere Verteilungen | 146 |
| 7.1.4.1 | Negative Binomialverteilung | 146 |
| 7.1.4.2 | Geometrische Verteilung | 147 |
| 7.1.4.3 | Multinomialverteilung | 149 |
| 7.1.5 | Approximationen | 150 |
| 7.2 | Stetige Verteilungen | 158 |
| 7.2.1 | Gleichverteilung | 158 |
| 7.2.2 | Exponentialverteilung | 160 |
| 7.2.3 | Normalverteilung und Standardnormalverteilung | 163 |
| 7.2.4 | Approximationen | 175 |
| 7.3 | Übersicht zu den Approximationsmöglichkeiten | 183 |
| 7.4 | Übungsaufgaben und Kontrollfragen | 184 |
| 8 | Grundlagen der schließenden Statistik | 187 |
| 8.1 | Chancen und Risiken von Teilerhebungen | 189 |
| 8.2 | Zur Konzeption des Rückschlusses | 190 |
| 8.2.1 | Inklusionsschluß | 192 |
| 8.2.2 | Repräsentationsschluß | 198 |
| 8.3 | Auswahlverfahren | 200 |
| 8.3.1 | Zufallsauswahlverfahren | 200 |
| 8.3.1.1 | Uneingeschränkte Zufallsauswahl | 201 |
| 8.3.1.2 | Systematische Zufallsauswahl | 203 |
| 8.3.1.3 | Mehrstufige Zufallsauswahl | 207 |
| 8.3.2 | Nicht-Zufallsauswahlverfahren | 210 |
| 8.4 | Stichprobenverteilungen | 212 |
| 8.4.1 | Chi-Quadrat-Verteilung | 213 |
| 8.4.2 | t-Verteilung | 215 |
| 8.4.3 | F-Verteilung | 217 |

| | | |
|---------|---|-----|
| 8.5 | Stichprobenfunktionen und ihre Verteilungen | 220 |
| 8.5.1 | Bedeutung der Stichprobenfunktion | 220 |
| 8.5.2 | Verteilung des Stichprobenmittelwertes | 221 |
| 8.5.3 | Verteilung des Stichprobenanteilswertes | 225 |
| 8.5.4 | Verteilung der Stichprobenvarianz | 228 |
| 8.6 | Übungsaufgaben und Kontrollfragen | 229 |
| 9 | Schätzverfahren | 231 |
| 9.1 | Schätzfunktionen | 231 |
| 9.1.1 | Gütekriterien für Schätzfunktionen | 231 |
| 9.1.2 | Konstruktion von Schätzfunktionen | 234 |
| 9.2 | Punktschätzung | 236 |
| 9.3 | Intervallschätzung | 237 |
| 9.3.1 | Zur Erstellung eines Konfidenzintervalls | 237 |
| 9.3.1.1 | Grundkonzeption | 238 |
| 9.3.1.2 | Aufbau eines Konfidenzintervalls | 240 |
| 9.3.1.3 | Arten von Konfidenzintervallen | 241 |
| 9.3.1.4 | Genauigkeit und Konfidenz | 242 |
| 9.3.2 | Konfidenzintervall für das arithmetische Mittel | 242 |
| 9.3.2.1 | Zur Schätzfunktion | 243 |
| 9.3.2.2 | Schrittfolge zur Erstellung eines Konfidenzintervalls | 244 |
| 9.3.2.3 | Normalverteilte Grundgesamtheit | 245 |
| 9.3.2.4 | Beliebig verteilte Grundgesamtheit | 255 |
| 9.3.2.5 | Notwendiger Stichprobenumfang | 260 |
| 9.3.3 | Konfidenzintervall für den Anteilswert | 266 |
| 9.3.3.1 | Zur Schätzfunktion | 267 |
| 9.3.3.2 | Schrittfolge zur Erstellung eines Konfidenzintervalls | 268 |
| 9.3.3.3 | Erstellung von Konfidenzintervallen | 269 |
| 9.3.3.4 | Notwendiger Stichprobenumfang | 274 |
| 9.3.4 | Konfidenzintervall für die Varianz | 277 |
| 9.4 | Übungsaufgaben und Kontrollfragen | 279 |

| | |
|--|-----|
| 10 Testverfahren | 283 |
| 10.1 Einführungsbeispiel | 283 |
| 10.2 Elemente der Testverfahren | 285 |
| 10.2.1 Hypothese und Alternativhypothese | 285 |
| 10.2.2 Testfunktion | 286 |
| 10.2.3 Beibehaltungs- und Ablehnungsbereich | 286 |
| 10.2.4 Signifikanzniveau und Sicherheitswahrscheinlichkeit | 288 |
| 10.2.5 Entscheidung und Interpretation | 289 |
| 10.3 Trennschärfe | 290 |
| 10.4 Testverfahren für das arithmetische Mittel | 291 |
| 10.4.1 Schrittfolge des Testverfahrens | 291 |
| 10.4.2 Durchführung des Tests | 292 |
| 10.5 Testverfahren für den Anteilswert | 296 |
| 10.5.1 Schrittfolge des Testverfahrens | 296 |
| 10.5.2 Durchführung des Tests | 297 |
| 10.6 Chi-Quadrat-Verteilungstest | 300 |
| 10.7 Chi-Quadrat-Unabhängigkeitstest | 303 |
| 10.8 Übungsaufgaben und Kontrollfragen | 306 |
| 11 Lösung ausgewählter Übungsaufgaben | 309 |
| Tabellenanhang | 359 |
| Binomialverteilung | 359 |
| Poissonverteilung | 362 |
| Standardnormalverteilung | 368 |
| Zufallszahlen | 371 |
| Chi-Quadrat-Verteilung | 372 |
| t-Verteilung | 373 |
| F-Verteilung | 375 |
| Stichwortverzeichnis | 377 |