

Gerald Teschl  
Susanne Teschl

# Mathematik für Informatiker

Band 2: Analysis und Statistik

4ü Springer

ITOC

# Inhaltsverzeichnis

## Analysis

- 17 Elementare Funktionen** ..... 1
  - 17.1 Polynome und rationale Funktionen ..... 1
    - 17.1.1 Anwendung: Interpolation ..... 12
  - 17.2 Potenz-, Exponential- und Logarithmusfunktionen ..... 15
  - 17.3 Trigonometrische Funktionen ..... 22
  - 17.4 Polardarstellung komplexer Zahlen ..... 27
  - 17.5 Mit dem digitalen Rechenmeister ..... 32
  - 17.6 Kontrollfragen ..... 35
  - 17.7 Übungen ..... 39
- 18 Differentialrechnung I** ..... 49
  - 18.1 Grenzwert und Stetigkeit einer Funktion ..... 49
  - 18.2 Die Ableitung einer Funktion ..... 57
    - 18.2.1 Anwendung: Ableitungen in der Wirtschaftsmathematik ..... 61
  - 18.3 Berechnung von Ableitungen ..... 63
    - 18.3.1 Anwendung: Splines ..... 68
  - 18.4 Mit dem digitalen Rechenmeister ..... 70
  - 18.5 Kontrollfragen ..... 70
  - 18.6 Übungen ..... 73
- 19 Differentialrechnung II** ..... 77
  - 19.1 Taylorreihen ..... 77
  - 19.2 Monotonie, Krümmung und Extremwerte ..... 83
    - 19.2.1 Anwendung: Preispolitik eines Monopolisten ..... 91
  - 19.3 Iterationsverfahren ..... 92
    - 19.3.1 Ausblick: Kontraktionsprinzip ..... 96
    - 19.3.2 Anwendung: Marktgleichgewicht im Oligopol ..... 97
    - 19.3.3 Anwendung: Dioden-Logik ..... 98
  - 19.4 Mit dem digitalen Rechenmeister ..... 100
  - 19.5 Kontrollfragen ..... 103
  - 19.6 Übungen ..... 105

|           |                                                   |     |
|-----------|---------------------------------------------------|-----|
| <b>20</b> | <b>Integralrechnung</b>                           | 111 |
| 20.1      | Die Stammfunktion                                 | 111 |
| 20.2      | Bestimmte Integration                             | 117 |
| 20.3      | Uneigentliches Integral                           | 122 |
| 20.3.1    | Ausblick: Bogenlänge                              | 126 |
| 20.4      | Mit dem digitalen Rechenmeister                   | 128 |
| 20.5      | Kontrollfragen                                    | 129 |
| 20.6      | Übungen                                           | 130 |
| <b>21</b> | <b>Fourierreihen</b>                              | 135 |
| 21.1      | Fourierreihen                                     | 135 |
| 21.1.1    | Anwendung: JPEG und MP3                           | 142 |
| 21.1.2    | Ausblick: Fourierreihen als Orthogonalentwicklung | 142 |
| 21.2      | Mit dem digitalen Rechenmeister                   | 144 |
| 21.3      | Kontrollfragen                                    | 146 |
| 21.4      | Übungen                                           | 147 |
| <b>22</b> | <b>Differentialrechnung in mehreren Variablen</b> | 149 |
| 22.1      | Grenzwert und Stetigkeit                          | 149 |
| 22.2      | Ableitung                                         | 153 |
| 22.2.1    | Ausblick: Differenzierbarkeit                     | 158 |
| 22.3      | Extrema                                           | 160 |
| 22.4      | Mit dem digitalen Rechenmeister                   | 166 |
| 22.5      | Kontrollfragen                                    | 167 |
| 22.6      | Übungen                                           | 168 |
| <b>23</b> | <b>Differentialgleichungen</b>                    | 171 |
| 23.1      | Grundlagen                                        | 171 |
| 23.1.1    | Anwendung: Parabolspiegel                         | 178 |
| 23.2      | Lineare Differentialgleichungen                   | 180 |
| 23.2.1    | Ausblick: Systeme von Differentialgleichungen     | 191 |
| 23.3      | Mit dem digitalen Rechenmeister                   | 193 |
| 23.4      | Kontrollfragen                                    | 194 |
| 23.5      | Übungen                                           | 195 |

## Statistik

|           |                                                          |     |
|-----------|----------------------------------------------------------|-----|
| <b>24</b> | <b>Beschreibende Statistik und Zusammenhangsanalysen</b> | 199 |
| 24.1      | Grundbegriffe                                            | 199 |
| 24.2      | Häufigkeitsverteilung einer Stichprobe                   | 201 |
| 24.2.1    | Anwendung: Benford'sches Gesetz                          | 204 |
| 24.3      | Kennwerte einer Stichprobe                               | 205 |
| 24.4      | Lineare Korrelation                                      | 209 |
| 24.5      | Lineare Regression                                       | 213 |
| 24.5.1    | Ausblick: Multivariate lineare Regression                | 215 |
| 24.6      | Mit dem digitalen Rechenmeister                          | 216 |
| 24.7      | Kontrollfragen                                           | 218 |

|           |                                               |     |
|-----------|-----------------------------------------------|-----|
| 24.8      | Übungen                                       | 221 |
| <b>25</b> | <b>Elementare Wahrscheinlichkeitsrechnung</b> | 225 |
| 25.1      | Zufallsexperimente und Ereignisse             | 225 |
| 25.2      | Wahrscheinlichkeit                            | 227 |
| 25.2.1    | Anwendung: Bayes'scher SPAM-Filter            | 238 |
| 25.2.2    | Anwendung: Optimale Stoppsstrategie           | 239 |
| 25.3      | Mit dem digitalen Rechenmeister               | 240 |
| 25.4      | Kontrollfragen                                | 240 |
| 25.5      | Übungen                                       | 242 |
| <b>26</b> | <b>Zufallsvariablen</b>                       | 245 |
| 26.1      | Diskrete und stetige Zufallsvariablen         | 245 |
| 26.2      | Erwartungswert und Varianz einer Verteilung   | 255 |
| 26.2.1    | Anwendung: Moderne Portfoliotheorie           | 267 |
| 26.3      | Das Gesetz der großen Zahlen                  | 269 |
| 26.4      | Mit dem digitalen Rechenmeister               | 273 |
| 26.5      | Kontrollfragen                                | 273 |
| 26.6      | Übungen                                       | 275 |
| <b>27</b> | <b>Spezielle diskrete Verteilungen</b>        | 281 |
| 27.1      | Die hypergeometrische Verteilung              | 281 |
| 27.2      | Die Binomialverteilung                        | 284 |
| 27.2.1    | Anwendung: Moderne Finanzmathematik           | 290 |
| 27.3      | Die Poisson-Verteilung                        | 293 |
| 27.4      | Mit dem digitalen Rechenmeister               | 296 |
| 27.5      | Kontrollfragen                                | 297 |
| 27.6      | Übungen                                       | 298 |
| <b>28</b> | <b>Spezielle stetige Verteilungen</b>         | 303 |
| 28.1      | Die Normalverteilung                          | 303 |
| 28.1.1    | Anwendung: Value at Risk                      | 309 |
| 28.2      | Die Normalverteilung als Näherung             | 309 |
| 28.3      | Drei wichtige Prüfverteilungen                | 313 |
| 28.4      | Mit dem digitalen Rechenmeister               | 317 |
| 28.5      | Kontrollfragen                                | 319 |
| 28.6      | Übungen                                       | 321 |
| <b>29</b> | <b>Schließende Statistik</b>                  | 325 |
| 29.1      | Einführung                                    | 325 |
| 29.2      | Punktschätzungen                              | 326 |
| 29.3      | Intervallschätzungen                          | 329 |
| 29.4      | Hypothesentests                               | 342 |
| 29.5      | Mit dem digitalen Rechenmeister               | 352 |
| 29.6      | Kontrollfragen                                | 354 |
| 29.7      | Übungen                                       | 355 |

## Anhang

|                                                        |     |
|--------------------------------------------------------|-----|
| <b>A Tabellen</b>                                      | 359 |
| A.1 Differentiation und Integration                    | 359 |
| A.2 Standardnormalverteilung                           | 360 |
| A.3 Quantile der Chi-Quadrat-Verteilung                | 361 |
| A.4 Quantile der $t$ -Verteilung                       | 362 |
| A.5 Quantile der $F$ -Verteilung                       | 363 |
| <b>B Lösungen zu den weiterführenden Aufgaben</b>      | 365 |
| B.17 Elementare Funktionen                             | 365 |
| B.18 Differentialrechnung I                            | 365 |
| B.19 Differentialrechnung II                           | 366 |
| B.20 Integralrechnung                                  | 366 |
| B.21 Fourierreihen                                     | 366 |
| B.22 Differentialrechnung in mehreren Variablen        | 367 |
| B.23 Differentialgleichungen                           | 367 |
| B.24 Beschreibende Statistik und Zusammenhangsanalysen | 367 |
| B.25 Elementare Wahrscheinlichkeitsrechnung            | 368 |
| B.26 Zufallsvariablen                                  | 368 |
| B.27 Spezielle diskrete Verteilungen                   | 368 |
| B.28 Spezielle stetige Verteilungen                    | 369 |
| B.29 Schließende Statistik                             | 369 |
| <b>Literatur</b>                                       | 371 |
| <b>Verzeichnis der Symbole</b>                         | 373 |
| <b>Index</b>                                           | 375 |