

Mathematische Statistik für Ökonomen

Lehrbuch

von

Prof. Dr. Dr. h.c. Eberhard Schaich

und

Dr. Ralf Münnich

Eberhard Karls Universität Tübingen

Verlag Franz Vahlen München

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	XIII
Tabellenverzeichnis	XVII
Symbolverzeichnis	XIX
1 Wahrscheinlichkeitsräume und eindimensionale Zufallsvariablen . . .	1
1.1. Wahrscheinlichkeitsräume	1
1.2. Eindimensionale Zufallsvariablen	8
1.3. Allgemeine Definitionen und Sätze über eindimensionale Zufallsvariablen	14
1.3.1. Momente von Zufallsvariablen	14
1.3.2. Die Ungleichungen von MARKOV und TSCHEBYSCHEV	18
1.3.3. Quantile von Zufallsvariablen, insbesondere der Median	24
1.3.4. Ergänzungen	26
1.4. Funktionen eindimensionaler Zufallsvariablen	31
1.4.1. Problemstellung und einige Definitionen	31
1.4.2. Die Verteilungsfunktion einer streng monotonen Funktion einer Zufallsvariablen	33
1.4.3. Die Wahrscheinlichkeitsfunktion einer eindeutigen Funktion einer diskreten Zufallsvariablen	35
1.4.4. Die Dichtefunktion einer streng monotonen und stetig differenzier- baren Funktion einer stetigen Zufallsvariablen	37
1.4.5. Nicht eindeutige Transformationen von Zufallsvariablen	39
1.5. Spezielle Literaturhinweise zu Kapitel 1	40

2	Mehrdimensionale Zufallsvariablen	43
2.1.	Zufallsvektoren	43
2.1.1.	Verbundene Verteilungen	43
2.1.2.	Rand- und bedingte Verteilungen	50
2.1.3.	Stochastische Unabhängigkeit von Zufallsvariablen	55
2.2.	Allgemeine Definitionen und Sätze über Zufallsvektoren	62
2.2.1.	Momente von Zufallsvektoren	62
2.2.2.	Korreliertheit und Unkorreliertheit von Zufallsvariablen	65
2.2.3.	Erwartungswert und Varianz von Linearkombinationen und Produkten von Zufallsvariablen	69
2.2.4.	Erwartungswerte und Varianzen von bedingten Verteilungen	74
2.3.	Die zwei- und n -dimensionale Normalverteilung	80
2.4.	Funktionen von Zufallsvektoren und deren Verteilung	94
2.4.1.	Problemstellung	94
2.4.2.	Wahrscheinlichkeitsfunktionen von Funktionen diskreter Zufallsvektoren	95
2.4.3.	Eineindeutige und stetig differenzierbare Transformationen von Zufallsvektoren	96
2.4.4.	Spezielle eindimensionale Funktionen von Zufallsvektoren	103
2.4.5.	Reproduktivität einer Verteilung	107
2.5.	Spezielle Literaturhinweise zu Kapitel 2	109
3	Momenterzeugende, charakteristische und erzeugende Funktionen	111
3.1.	Momenterzeugende Funktionen: Definition, Existenz und einfache Eigenschaften	111
3.2.	Momenterzeugende Funktionen von Zufallsvektoren	120
3.3.	Folgen von Verteilungen und von momenterzeugenden Funktionen	131
3.4.	Weitere Hilfsfunktionen	133
3.4.1.	Charakteristische Funktionen	133
3.4.2.	Wahrscheinlichkeiten erzeugende Funktionen	138
3.5.	Spezielle Literaturhinweise zu Kapitel 3	141

4	Spezielle Stichprobenverteilungen	143
4.1.	Die Verteilung des Stichprobendurchschnitts bei normalverteilter Variabler	143
4.2.	Die Γ -Verteilung	146
4.3.	Die χ^2 -Verteilung	149
4.4.	Die Verteilung der Stichprobenvarianz bei normalverteilter Variabler	150
4.5.	Die t -Verteilung und ihre stichprobentheoretische Bedeutung	153
4.6.	Die F -Verteilung und ihre stichprobentheoretische Bedeutung	160
4.7.	Spezielle Literaturhinweise zu Kapitel 4	164
5	Konvergenzbegriffe und Grenzwertsätze	165
5.1.	Konvergenzbegriffe	165
5.1.1.	Herkömmliche Konvergenzbegriffe	165
5.1.2.	Die stochastische Konvergenz	167
5.1.3.	Die Konvergenz in Verteilung	169
5.1.4.	Weitere Konvergenzbegriffe, insbesondere die fast sichere Konvergenz	171
5.2.	Das Gesetz der Großen Zahlen	174
5.3.	Der Zentrale Grenzwertsatz	180
5.3.1.	Der Satz von DE MOIVRE und LAPLACE	180
5.3.2.	Der Satz von LINDBERG und LÉVY	183
5.3.3.	Der Satz von LJAPUNOV	184
5.3.4.	Weitere Zentrale Grenzwertsätze	185
5.4.	Spezielle Literaturhinweise zu Kapitel 5	187

6	Theorie der Schätzfunktionen	189
6.1.	Definition und wünschenswerte Eigenschaften von Schätzfunktionen	189
6.1.1.	Wünschenswerte Eigenschaften von Schätzfunktionen für endliche Stichprobenumfänge	190
6.1.2.	Asymptotische wünschenswerte Eigenschaften	196
6.2.	Erschöpfende Schätzfunktionen	201
6.3.	Methoden zur Konstruktion von Schätzfunktionen	207
6.3.1.	Die Maximum-Likelihood-Methode	207
6.3.2.	Die Momentenmethode	213
6.4.	Spezielle Literaturhinweise zu Kapitel 6	215
7	Statistische Prüfung von Hypothesen	217
7.1.	Grundbegriffe	217
7.2.	Gütefunktion und Operationscharakteristik	223
7.3.	Beste Tests	230
7.4.	Gleichmäßig beste Tests	236
7.5.	Weitere Testeigenschaften	239
7.5.1.	Unverzerrtheit	239
7.5.2.	Zulässige und unzulässige Tests	240
7.5.3.	Konsistente Tests	241
7.6.	Likelihood-Quotienten-Tests	242
7.6.1.	Definition und Eigenschaften	242
7.6.2.	Der t -Test im Ein-Stichproben-Fall	248
7.6.3.	Der t -Test im Zwei-Stichproben-Fall	252
7.6.4.	Der F -Test	256
7.7.	Spezielle Literaturhinweise zu Kapitel 7	260

A Tabellenanhang	261
A.1. Die Standardnormalverteilung	261
A.2. Die χ^2 -Verteilung	263
A.3. Die t -Verteilung	266
A.4. Die F -Verteilung	267
B Ausgewählte Verteilungen und ihre Eigenschaften	271
B.1. Diskrete Verteilungen	271
B.1.1. BERNOULLI-Verteilung $Be(\theta)$	271
B.1.2. Binomialverteilung $B(n; \theta)$	272
B.1.3. Ein-Punkt-Verteilung $Ep(x_0)$	273
B.1.4. Geometrische Verteilung $Ge(p)$	273
B.1.5. Hypergeometrische Verteilung $H(n; M; N)$	274
B.1.6. Multinomialverteilung $Mn(n; \theta_1, \dots, \theta_k)$	275
B.1.7. Negative Binomialverteilung $Nb(r, p)$	275
B.1.8. PASCAL-Verteilung $Ps(r, p)$	276
B.1.9. POISSON-Verteilung $P(\lambda)$	277
B.2. Stetige Verteilungen	277
B.2.1. β -Verteilung $\beta(a; b)$	277
B.2.2. CAUCHY-Verteilung $Ca(a; b)$	278
B.2.3. χ^2 -Verteilung χ_k^2	279
B.2.4. Dreiecksverteilung $D(a)$	279
B.2.5. Exponentialverteilung $E(\lambda)$	280
B.2.6. F -Verteilung F_{k_1, k_2}	281
B.2.7. Γ -Verteilung $\Gamma(b, p)$	282
B.2.8. LAPLACE-Verteilung $L(\lambda, a)$	283
B.2.9. Lognormalverteilung $LN(\mu; \sigma^2)$	283
B.2.10. Normalverteilung $N(\mu; \sigma^2)$	284

B.2.11. n -dimensionale Normalverteilung $N(\boldsymbol{\mu}; \boldsymbol{\Sigma})$	285
B.2.12. Rechtecksverteilung $Gl(a; b)$	285
B.2.13. t -Verteilung t_k	286
B.2.14. WEIBULL-Verteilung $We(a; b; c)$	287
Literaturverzeichnis	289
Personenverzeichnis	293
Stichwortverzeichnis	295