

---

Bertil Haack · Ulrike Tippe ·  
Michael Stobernack · Tilo Wendler

# Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler

Intuitiv und praxisnah

 Springer Gabler

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Modellieren und Argumentieren</b> . . . . .	<b>1</b>
1.1	Beispiel: Kauf einer Papierschneidemaschine – Wie wir uns für die richtige Maschine entscheiden können . . . . .	5
1.2	Analyse: Wie wir das Beispiel gelöst haben . . . . .	6
1.3	Verallgemeinerung: Wie wir wirtschaftswissenschaftliche Fragestellungen grundsätzlich lösen können . . . . .	9
1.4	Leitplanken auf einer kurvigen Straße: Wie wir uns das Modellieren und Argumentieren erleichtern können . . . . .	11
1.5	Modellieren – aber richtig! Wie wir zu einem passenden mathematischen Modell kommen . . . . .	12
1.6	Heurismen für Arbeitsschritt 4 – Wie wir die richtigen Werkzeuge für unsere Aufgabenstellung entdecken können . . . . .	16
1.7	Empfehlungen für die Arbeitsschritte 5–7: Wie wir unsere Lösung erklären können . . . . .	21
	Literatur . . . . .	29
<b>2</b>	<b>Rechnen mit reellen Zahlen</b> . . . . .	<b>31</b>
2.1	Welche sind die logischen Grundlagen in der Mathematik? . . . . .	34
2.2	Was sind Mengen im mathematischen Sinne? . . . . .	37
2.3	Mit welchen Zahlen haben wir zu tun? (Aufbau des Zahlensystems) . . . . .	41
2.4	Wie rechnen wir mit (allgemeinen) reellen Zahlen und worauf müssen wir dabei besonders achten? . . . . .	44
2.5	Noch mehr über reelle Zahlen: Potenzen und Wurzeln . . . . .	50
2.6	... und noch ein neuer Begriff: der Logarithmus . . . . .	54
2.7	Weitere nützliche Dinge zum Einstieg in die Mathematik – oder was wir schon immer einmal wissen wollten . . . . .	55
	Literatur . . . . .	59
<b>3</b>	<b>Gleichungslehre</b> . . . . .	<b>61</b>
3.1	Allgemeine Gleichungslehre – Was Gleichungen sind und wie wir grundsätzlich mit ihnen umgehen können . . . . .	65
3.2	Lineare Gleichungen mit einer Unbekannten – Wie wir Gleichungen lösen können, in denen die Unbekannte „einfach“ vorkommt . . . . .	71
3.3	Quadratische Gleichungen – Wie wir Gleichungen lösen können, in denen die Unbekannte quadratisch vorkommt . . . . .	77
3.4	Gleichungen höheren als zweiten Grades – Wie wir mit Gleichungen umgehen können, in denen die Unbekannte in einer höheren als der ersten oder zweiten Potenz vorkommt . . . . .	85

3.5	Andere Gleichungsarten (Bruch-, Wurzel-, Exponential-, Logarithmengleichungen) – Wie wir bei Gleichungen vorgehen können, in denen die Unbekannte keine Potenz ist . . . . .	91
3.6	Einfache lineare Gleichungssysteme – Wie wir vorgehen können, wenn wir mehrere Unbekannte haben, die recht einfach miteinander zusammenhängen . . . . .	97
3.7	Lineare Ungleichungen – Wie wir zu Lösungen kommen, wenn keine Gleichheit besteht . . . . .	102
	Literatur . . . . .	110
<b>4</b>	<b>Elementare reelle Funktionen . . . . .</b>	<b>111</b>
4.1	Funktionen – Wie können wir Zusammenhänge zwischen (ökonomischen) Größen beschreiben? . . . . .	114
4.2	Lineares – Wenn zwei ökonomische Größen ein geradliniges Verhältnis zueinander haben . . . . .	120
4.3	Quadratisches – Wenn zwei ökonomische Größen kein „einfaches“ bzw. lineares Verhältnis mehr zueinander haben . . . . .	126
4.4	Ganze rationale Funktionen $n$ -ten Grades – noch „mehr“ als quadratisch . . . . .	130
4.5	Gebrochen rationale Funktionen – oder wie verlaufen Funktionen, deren Zuordnungsvorschrift als Bruch geschrieben wird? . . . . .	135
4.6	Die Wurzelfunktion – ein Beispiel für eine „algebraische“ Funktion . . . . .	142
4.7	„Transzendenz“ in der Mathematik – die Exponential- und Logarithmusfunktion . . . . .	145
	Literatur . . . . .	152
<b>5</b>	<b>Differenzialrechnung für Funktionen einer Variablen . . . . .</b>	<b>153</b>
5.1	Grundlagen der Differenzialrechnung – Wie Änderungstendenzen von Funktionen erkannt und interpretiert werden können . . . . .	158
5.2	Mit Differenzenquotienten arbeiten – Wie Ableitungen „per Hand“ bestimmt werden können . . . . .	161
5.3	Ableitungsregeln – Wie Funktionen geschickt und elegant abgeleitet werden können . . . . .	165
5.4	Weitere nützliche Ableitungstechniken und Ableitungen – Wie wir uns das Ableiten weiterhin erleichtern können . . . . .	167
5.5	Höhere Ableitungen – Was wir tun können, wenn die erste Ableitung nicht ausreicht . . . . .	171
5.6	Grenzfunktionen und Differenziale – Wie wir die erste Ableitung wirtschaftswissenschaftlich interpretieren können . . . . .	173
5.7	Kurvendiskussion – Was uns die Differenzialrechnung im Detail über die Eigenschaften von Funktionen verrät . . . . .	174
5.8	Elastizitäten – Wie stark reagieren ökonomische Größen, wenn sich ihre Einflussgrößen ändern . . . . .	182
	Literatur . . . . .	191

<b>6</b>	<b>Integralrechnung</b> . . . . .	193
6.1	Integralrechnung als Umkehrung der Differenzialrechnung – Was ist ein „unbestimmtes Integral“? . . . . .	195
6.2	Das bestimmte Integral – oder wie kann man krummlinig berandete Flächen berechnen? . . . . .	197
6.3	Wie können wir die Kosten- und Erlösfunktion geometrisch interpretieren? . . . . .	201
6.4	Wie können wir kompliziertere Integrale bestimmen bzw. gibt es jeweils passende Integrationsmethoden? . . . . .	203
6.5	Wie integriert man Funktionen über unendliche Intervalle? . . . . .	206
	Literatur . . . . .	212
<b>7</b>	<b>Differenzialrechnung für Funktionen mit mehreren Variablen</b> . . . . .	213
7.1	Funktionen mit mehreren Veränderlichen – Was ist das und wie können wir sie veranschaulichen? . . . . .	216
7.2	Partielle Ableitungen – Wie wir Steigungen von Funktionsflächen bestimmen können . . . . .	218
7.3	Partielle Ableitungen interpretieren – Wie wir Charakteristika von Funktionen mit mehreren Variablen bestimmen können . . . . .	222
7.4	Partielle Ableitungen nutzen – Wie wir ökonomische Fragestellungen mit Funktionen mit mehreren Veränderlichen beantworten können . . . . .	228
	7.4.1 Gewinnmaximierung durch Preisdifferenzierung . . . . .	228
	7.4.2 Eine Ausgleichsgerade finden . . . . .	228
	7.4.3 Eine Minimalkostenkombination finden . . . . .	230
	7.4.4 Partielle Elastizitäten bestimmen . . . . .	232
	Literatur . . . . .	239
<b>8</b>	<b>Lineare Algebra</b> . . . . .	241
8.1	Grundlagen . . . . .	244
	8.1.1 Vektoren und Matrizen . . . . .	244
	8.1.2 Sonderformen von Matrizen . . . . .	244
	8.1.3 Matrixoperationen . . . . .	246
	8.1.4 Matrixoperationen mit Microsoft Excel . . . . .	255
	8.1.5 Übungen . . . . .	256
8.2	Lösung komplexerer linearer Gleichungssysteme mit der Matrizenrechnung . . . . .	260
	8.2.1 Gleichungssysteme in Matrixschreibweise . . . . .	262
	8.2.2 Gauß'scher Algorithmus mit Pivotisierung . . . . .	263
	8.2.3 Gleichungssysteme mit Microsoft Excel lösen . . . . .	266
	8.2.4 Verwendung der Inversen zur Lösung eines Gleichungssystems . . . . .	268
	8.2.5 Übungen . . . . .	269
	8.2.6 Lösungen . . . . .	270
8.3	Determinanten . . . . .	272
	8.3.1 Determinanten einer $2 \times 2$ -Matrix . . . . .	272
	8.3.2 Determinanten einer $3 \times 3$ -Matrix – Regel von Sarrus . . . . .	273
	8.3.3 Determinanten von $n \times n$ -Matrizen – Entwicklung nach Co-Faktoren . . . . .	276
	8.3.4 Lösung linearer Gleichungssysteme mithilfe von Determinanten – Regel von Cramer . . . . .	279
	8.3.5 Lösbarkeit eines linearen Gleichungssystems . . . . .	280
	8.3.6 Übungen . . . . .	283
	8.3.7 Lösungen . . . . .	284

8.4	Input-Output-Rechnung . . . . .	287
8.4.1	Mathematische Darstellung von Rohstoff-, Produktions- und Verkaufsmengen . . . . .	287
8.4.2	Matrixschreibweise des Input-Output-Modells . . . . .	290
8.4.3	Berechnung der Verkaufsmengen . . . . .	291
8.4.4	Berechnung der Rohstoffmengen . . . . .	292
8.4.5	Ermittlung der Produktionsmengen . . . . .	293
8.4.6	Übungen . . . . .	295
8.4.7	Lösungen . . . . .	296
8.5	Lineare Optimierung . . . . .	298
8.5.1	Grafische Lösung einfacher Optimierungsprobleme . . . . .	299
8.5.2	Rechnerische Lösung – Simplex-Algorithmus . . . . .	300
8.5.3	Optimale Lösung mit dem Computer ermitteln . . . . .	305
8.5.4	Übungen . . . . .	307
8.5.5	Lösungen . . . . .	308
8.6	Anhang . . . . .	314
8.6.1	Aktivierung des Solvers in Microsoft Excel . . . . .	314
8.6.2	Installation des Tools „What’s Best!“ von „LINDO SYSTEMS INC“ . . . . .	314
	Literatur . . . . .	316
<b>9</b>	<b>Finanzmathematik . . . . .</b>	<b>317</b>
9.1	Wichtige Begriffe und Finanzmarktprodukte verstehen . . . . .	320
9.1.1	Theorie . . . . .	320
9.1.2	Übungsaufgaben . . . . .	326
9.1.3	Lösungen . . . . .	326
9.2	Grundlagen der Zinsrechnung . . . . .	327
9.2.1	Theorie . . . . .	328
9.2.2	Übungsaufgaben . . . . .	341
9.2.3	Lösungen . . . . .	343
9.3	Barwertrechnung . . . . .	347
9.3.1	Theorie . . . . .	348
9.3.2	Übungsaufgaben . . . . .	352
9.3.3	Lösungen . . . . .	352
9.4	Renten und Ratenzahlungen . . . . .	354
9.4.1	Theorie . . . . .	355
9.4.2	Übungsaufgaben . . . . .	364
9.4.3	Lösungen . . . . .	366
9.5	Tilgungsrechnung . . . . .	370
9.5.1	Systematik der Kredittilgung . . . . .	370
9.5.2	Tilgung mit variablen Raten . . . . .	371
9.5.3	Konstante Raten/Annuitätentilgung . . . . .	373
9.5.4	Berechnung des Effektivzinses eines Kredites . . . . .	376
9.5.5	Übungsaufgaben . . . . .	380
9.5.6	Lösungen . . . . .	381
9.6	Abschreibungen und andere Anwendungen der Finanzmathematik . . . . .	382
9.6.1	Theorie . . . . .	382
9.6.2	Übungsaufgaben . . . . .	387
9.6.3	Lösungen . . . . .	387
	Literatur . . . . .	392

<b>10</b>	<b>Deskriptive Statistik</b>	393
10.1	Grundbegriffe – Wie werden aus Informationen Daten, mit denen gerechnet werden kann?	396
10.1.1	Grundgesamtheit versus Stichprobe – Haben wir wirklich alle Daten?	396
10.1.2	Skalenniveau – nicht nur Menschen, auch Daten weisen bestimmte Charakteristiken auf	397
10.2	Datenverdichtung mithilfe von Grafiken – manchmal sagt eine Grafik mehr als tausend Worte	398
10.2.1	Häufigkeitsverteilung	398
10.2.2	Balkendiagramm	401
10.2.3	Kreisdiagramm	402
10.2.4	Sequenzdiagramm	403
10.2.5	Histogramm	404
10.2.6	Streudiagramm	406
10.3	Datenverdichtung mithilfe von Lageparametern – Wo ist die „Mitte“ der Daten?	407
10.3.1	Arithmetischer Mittelwert	408
10.3.2	Geometrischer Mittelwert	411
10.3.3	Harmonischer Mittelwert	412
10.3.4	Modalwert	413
10.3.5	Median	413
10.4	Datenverdichtung mithilfe von Streuungsparametern – Sind die Daten sehr ähnlich oder weichen sie stark voneinander ab?	415
10.4.1	Spannweite	415
10.4.2	Mittlere Abweichung	416
10.4.3	Quantile	417
10.4.4	Varianz	418
10.4.5	Standardabweichung	419
10.4.6	Variationskoeffizient	419
10.4.7	Schiefe und Wölbung	420
10.4.8	Boxplot	422
10.5	Konzentrationsmaße – Bekommen alle gleich viel vom Kuchen? Wer hat die (Markt-)Macht?	423
10.5.1	Lorenzkurve	423
10.5.2	Gini-Koeffizient	424
10.5.3	Herfindahl-Index	426
10.6	Indexierung – Wie kann die zeitliche Entwicklung mehrerer Variablen vergleichbar gemacht werden?	426
10.6.1	Allgemeine Indexierung	426
10.6.2	Preis-, Mengen- und Umsatzindexierung	428
10.7	Korrelation – Stehen zwei Variablen in Beziehung zueinander?	430
10.7.1	Kreuztabelle	430
10.7.2	Korrelationskoeffizient	432
	Literatur	439
<b>11</b>	<b>Wahrscheinlichkeitsrechnung</b>	441
11.1	Wahrscheinlichkeitsbegriff und Zufallsexperiment	444
11.2	Wahrscheinlichkeitstheorie – Rechenregeln zum adäquaten Umgang mit Wahrscheinlichkeiten	445
11.2.1	Additionssatz	445
11.2.2	Bedingte Wahrscheinlichkeit	446
11.2.3	Unabhängigkeit von Ereignissen	447

11.2.4 Multiplikationssatz . . . . .	448
11.2.5 Totale Wahrscheinlichkeit . . . . .	449
11.3 Kombinatorik – Wie viele Anordnungen von $n$ Objekten gibt es? Wie viele Ergebnisse hat ein Experiment? . . . . .	450
11.3.1 Permutation . . . . .	450
11.3.2 Variation . . . . .	452
11.3.3 Kombination . . . . .	453
11.4 Wahrscheinlichkeitsverteilung – Wahrscheinlichkeiten grafisch und zahlenmäßig darstellen . . . . .	453
11.4.1 Zufallsvariable . . . . .	454
11.4.2 Wahrscheinlichkeitsfunktion . . . . .	454
11.4.3 Verteilungsfunktion . . . . .	455
11.4.4 Dichtefunktion . . . . .	455
11.4.5 Momente von Wahrscheinlichkeiten . . . . .	458
11.5 Diskrete Wahrscheinlichkeitsverteilungen – Wahrscheinlichkeiten bei Experimenten mit endlich vielen möglichen Ergebnissen . . . . .	461
11.5.1 Binomialverteilung . . . . .	461
11.5.2 Hypergeometrische Verteilung . . . . .	465
11.5.3 Geometrische Verteilung . . . . .	467
11.5.4 Poisson-Verteilung . . . . .	469
11.6 Stetige Wahrscheinlichkeitsverteilungen – Wahrscheinlichkeiten bei Experimenten mit unendlich vielen möglichen Ergebnissen . . . . .	471
11.6.1 Gleichverteilung . . . . .	473
11.6.2 Exponentialverteilung . . . . .	475
11.6.3 Normalverteilung . . . . .	477
11.6.4 Prüfverteilungen . . . . .	482
Literatur . . . . .	489
<b>12 Schließende Statistik . . . . .</b>	<b>491</b>
12.1 Schätzverfahren – Was tun, wenn man gar nichts über die Grundgesamtheit weiß? . . . . .	494
12.1.1 Schätzung für den Erwartungswert . . . . .	495
12.1.2 Schätzung für die Varianz . . . . .	498
12.1.3 Schätzung für den Anteilswert . . . . .	501
12.2 Testverfahren – Wie können Behauptungen bezüglich der Grundgesamtheit widerlegt oder gestärkt werden? . . . . .	503
12.2.1 Hypothesen über Mittelwerte . . . . .	504
12.2.2 Hypothesen über Mediane . . . . .	520
12.2.3 Hypothesen über Varianzen . . . . .	526
12.2.4 Hypothesen über Anteilswerte . . . . .	533
12.2.5 Hypothesen über die Normalverteilung . . . . .	543
Literatur . . . . .	552
<b>Sachverzeichnis . . . . .</b>	<b>553</b>