

Heinz Unbehauen

# Regelungstechnik III

Identifikation, Adaption, Optimierung

5., korrigierte Auflage

# Inhalt

## 1. Grundlagen der statistischen Behandlung von Regelsystemen

1

|        |  |    |
|--------|--|----|
| 1.1.   | Einige Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung .....                         | 1  |
| 1.1.1. | Relative Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit .....                                   | 1  |
| 1.1.2. | Verteilungsfunktion und Dichtefunktion .....                                       | 4  |
| 1.1.3. | Mittelwerte und Momente .....  | 7  |
| 1.1.4. | Die Gaußverteilung .....   | 9  |
| 1.2.   | Stochastische Prozesse .....   | 10 |
| 1.2.1. | Beschreibung stochastischer Prozesse .....   | 10 |
| 1.2.2. | Der stationäre stochastische Prozeß .....  | 12 |
| 1.3.   | Korrelationsfunktionen und ihre Eigenschaften .....                                | 14 |
| 1.3.1. | Der Korrelationsfaktor .....   | 14 |
| 1.3.2. | Autokorrelations- und Kreuzkorrelationsfunktion ....                               | 15 |
| 1.3.3. | Zusammenstellung der wichtigsten Eigenschaften von<br>Korrelationsfunktionen ..... | 17 |
| 1.3.4. | Bestimmung der Autokorrelationsfunktion .....                                      | 20 |
| 1.4.   | Die spektrale Leistungsdichte .....  | 21 |
| 1.4.1. | Definition der spektralen Leistungsdichte .....                                    | 21 |
| 1.4.2. | Einige Beispiele für spektrale Leistungsdichten ....                               | 23 |

## 2. Statistische Bestimmung dynamischer Eigenschaften linearer Systeme

26

|        |   |    |
|--------|---|----|
| 2.1.   | Grundlegende Zusammenhänge .....  | 26 |
| 2.2.   | Auflösung der Grundgleichung .....  | 28 |
| 2.2.1. | Auflösung im Frequenzbereich .....  | 28 |
| 2.2.2. | Numerische Lösung im Zeitbereich .....  | 30 |
| 2.3.   | Zusammenhang zwischen den spektralen Leistungsdichten am<br>Ein- und Ausgang linearer Systeme ..... | 32 |

|   |           |
|---|-----------|
| <b>3. Systemidentifikation mittels Korrelationsanalyse</b>                          | <b>37</b> |
| 3.1. Ermittlung der Gewichtsfunktion .....  | 37        |
| 3.2. Korrelationsanalyse mittels binärer und ternärer Rausch-<br>signale .....      | 38        |
| 3.2.1. Gewöhnliches binäres Rauschen als Testsignal .....                           | 38        |
| 3.2.2. Quantisiertes binäres Rauschsignal als Testsignal ..                         | 41        |
| 3.2.3. Quantisierte binäre und ternäre Pseudo-Rauschsignale<br>als Testsignal ..... | 42        |
| 3.3. Korrelationsanalyse im geschlossenen Regelkreis .....                          | 52        |
| 3.4. Korrelationsanalyse zur direkten Bestimmung des Frequenz-<br>ganges .....      | 54        |

**4. Systemidentifikation mittels  
Parameterschätzverfahren** **57**

|   |    |
|---|----|
| 4.1. Problemstellung .....  | 57 |
| 4.2. Parameterschätzung bei linearen Eingrößensystemen .....  | 62 |
| 4.2.1. Modellstruktur .....   | 62 |
| 4.2.2. Numerische Lösung des Schätzproblems .....   | 68 |
| 4.2.2.1. Direkte Lösung (LS-Methode) .....  | 68 |
| 4.2.2.2. Rekursive Lösung (RLS-Methode) .....   | 73 |
| 4.2.2.3. Die Hilfsvariablen-Methode oder Methode<br>der "Instrumentellen Variablen"<br>(IV-Methode) ..... | 78 |
| 4.2.2.4. Die "Maximum-Likelihood"-Methode<br>(ML-Methode) .....   | 81 |
| 4.2.3. Gewichtete Parameterschätzung .....  | 87 |
| 4.3. Strukturprüfverfahren .....  | 90 |
| 4.3.1. Formulierung des Problems .....  | 90 |
| 4.3.2. Verfahren zur "a priori"-Ermittlung der Ordnung ....   | 91 |
| 4.3.2.1. Der Determinantenverhältnis-Test (DR-Test) ..  | 91 |
| 4.3.2.2. Der erweiterte Determinantenverhältnis-<br>Test (EDR-Test) .....                                 | 92 |
| 4.3.2.3. Der "instrumentelle" Determinantenverhält-<br>nis-Test (IDR-Test) .....                          | 92 |
| 4.3.3. Verfahren zur Bewertung der Ausgangssignalschätzung  | 93 |
| 4.3.3.1. Der Signalfehler-Test .....  | 93 |

|           |   |            |
|-----------|---|------------|
| 4.3.3.2.  | Der Fehlerfunktionstest .....   | 94         |
| 4.3.3.3.  | Der statistische F-Test .....   | 94         |
| 4.3.4.    | Verfahren zur Beurteilung der geschätzten Übertragungsfunktion .....                            | 96         |
| 4.3.4.1.  | Der Polynom-Test .....  | 96         |
| 4.3.4.2.  | Der kombinierte Polynom- und Dominanz-Test .....  | 96         |
| 4.3.5.    | Vergleich der Verfahren .....   | 98         |
| 4.4.      | Einige praktische Aspekte zur Systemidentifikation .....  | 105        |
| 4.4.1.    | Theoretische Betrachtungen des untersuchten Systems (Stufe I) .....                             | 105        |
| 4.4.2.    | Voridentifikation zur Bestimmung der Abtastzeit und der Eingangstestsignale (Stufe II) .....    | 106        |
| 4.4.3.    | Festlegung der Modellstruktur und der Startwerte .. des Rekursionsalgorithmus (Stufe III) ..... | 109        |
| 4.4.4.    | Beobachtung und Beeinflussung der Parameterschätzwerte (Stufe IV) .....                         | 111        |
| 4.4.5.    | Modellverifikation (Stufe V) .....  | 114        |
| 4.5.      | Parameterschätzung von Eingrößensystemen im geschlossenen Regelkreis .....                      | 115        |
| 4.5.1.    | Indirekte Identifikation .....  | 115        |
| 4.5.2.    | Direkte Identifikation .....  | 117        |
| 4.6.      | Parameterschätzung bei linearen Mehrgrößensystemen .....  | 118        |
| 4.6.1.    | Modellansätze für Mehrgrößensysteme .....   | 119        |
| 4.6.1.1.  | Gesamtmodellansatz .....  | 119        |
| 4.6.1.2.  | Teilmodellansatz .....  | 122        |
| 4.6.1.3.  | Der Einzelmodellansatz .....  | 125        |
| 4.6.2.    | Algorithmen zur Parameterschätzung von Mehrgrößensystemen .....                                 | 128        |
| 4.6.2.1.  | Parameterschätzung bei Verwendung des Teilmodellansatzes .....                                  | 128        |
| 4.6.2.2.  | Parameterschätzung bei Verwendung des Einzelmodellansatzes .....                                | 130        |
| 4.6.3.    | Einige praktische Gesichtspunkte .....  | 131        |
| <b>5.</b> | <b>Adaptive Regelsysteme</b> .....  | <b>133</b> |
| 5.1.      | Strukturen adaptiver Regelsysteme .....   | 133        |
| 5.1.1.    | Problemstellung .....   | 133        |

|          |  |     |
|----------|--|-----|
| 5.1.2.   | Drei wichtige Grundstrukturen .....  | 136 |
| 5.1.2.1. | Verfahren der geregelten Adaption mit<br>parallelem Vergleichsmodell .....                       | 136 |
| 5.1.2.2. | Verfahren der geregelten Adaption ohne<br>Vergleichsmodell .....                                 | 137 |
| 5.1.2.3. | Verfahren der gesteuerten Adaption .....   | 138 |
| 5.1.3.   | Extremwertregelsysteme .....   | 139 |
| 5.1.4.   | Die wichtigsten Entwurfsprinzipien .....   | 141 |
| 5.1.4.1. | Der "Self-tuning"-Regler (ST-Regler) ....  | 141 |
| 5.1.4.2. | Regleradaption durch Modellvergleich ....  | 143 |
| 5.2.     | Das Prinzip des "Self-tuning"-Reglers .....  | 144 |
| 5.2.1.   | Der Minimum-Varianz-Regler (MV-Regler) .....   | 144 |
| 5.2.1.1. | Herleitung des MV-Reglers .....  | 144 |
| 5.2.1.2. | Stabilitätsbetrachtung .....   | 149 |
| 5.2.1.3. | Erweiterung des MV-Reglers durch Bewer-<br>tung der Stellgröße .....                             | 150 |
| 5.2.2.   | Der "Self-tuning"-Regler .....   | 152 |
| 5.2.2.1. | Herleitung des einfachen "Self-tuning"-<br>Reglers .....   | 152 |
| 5.2.2.2. | Stabilität und Konvergenz des einfachen<br>"Self-tuning"-Reglers .....                           | 156 |
| 5.2.2.3. | Erweiterung des "Self-tuning"-Reglers für<br>Führungsverhalten .....                             | 160 |
| 5.2.2.4. | Erweiterung des "Self-tuning"-Reglers<br>durch Bewertung der Stell- und Führungs-<br>größe ..... | 161 |
| 5.3.     | Adaptive Regelsysteme mit parallelem Bezugsmodell .....  | 170 |
| 5.3.1.   | Regleradaption nach dem Gradientenverfahren .....  | 171 |
| 5.3.2.   | Einige Grundlagen aus der Stabilitätstheorie .....   | 182 |
| 5.3.2.1. | Vorbemerkungen .....   | 182 |
| 5.3.2.2. | Der Satz von Meyer-Kalman-Yacubovich ....  | 184 |
| 5.3.2.3. | Der Begriff der Hyperstabilität .....  | 193 |
| 5.3.2.4. | Definition der Hyperstabilität .....   | 196 |
| 5.3.2.5. | Eigenschaften hyperstabiler Systeme ....   | 198 |
| 5.3.2.6. | Hyperstabilität linearer Systeme .....   | 200 |
| 5.3.3.   | Regleradaption mit Parallelmodell nach der Stabili-<br>tätstheorie .....                         | 203 |
| 5.3.3.1. | Das allgemeine Adaptionsverfahren .....  | 203 |
| 5.3.3.2. | Die Realisierung der Modifikationsstufe<br>im Grundregelkreis .....                              | 207 |

|          |  |     |
|----------|--|-----|
| 5.3.4.   | Regleradaption mit Parallelmodell unter Verwendung des Satzes von Meyer-Kalman-Yacubovich .....                      | 211 |
| 5.3.5.   | Die Methode des "vermehrten Fehlers" .....   | 221 |
| 5.3.6.   | Der Entwurf modelladaptiver Regelsysteme nach der Hyperstabilitätstheorie .....                                      | 231 |
| 5.3.6.1. | Der grundlegende Entwurfsgedanke .....   | 231 |
| 5.3.6.2. | Entwurf für beliebiges Modellverhalten ...   | 235 |
| 5.3.6.3. | Konvergenzverbesserung des Entwurfs .....  | 238 |
| 5.3.6.4. | Das allgemeine Adaptionsgesetz .....   | 240 |
| 5.3.6.5. | Das allgemeine Stellgesetz .....   | 242 |
| 5.3.6.6. | Auslegung der Entwurfsparameter .....  | 246 |
| 5.3.6.7. | Vereinfachungen des allgemeinen Entwurfsverfahrens .....   | 250 |
| 5.4.     | Zusammenhang zwischen "Self-tuning"-Reglern und modelladaptiven Regelsystemen nach der Hyperstabilitätstheorie ..... | 255 |
| 5.5.     | Die Anwendung der Hyperstabilitätstheorie zur Untersuchung der Stabilität von "Self-tuning"-Reglern .....            | 259 |

**6. Entwurf optimaler Zustandsregler** 262

|          |   |     |
|----------|---|-----|
| 6.1.     | Problemstellung .....   | 262 |
| 6.2.     | Einige Grundlagen der Variationsrechnung .....  | 264 |
| 6.2.1.   | Aufgabenstellung .....  | 264 |
| 6.2.2.   | Das Fundamentallemma der Variationsrechnung .....   | 265 |
| 6.2.3.   | Das Euler-Lagrange-Verfahren .....  | 267 |
| 6.2.3.1. | Herleitung für feste Endzeit .....  | 267 |
| 6.2.3.2. | Herleitung für beliebige Endzeit .....  | 272 |
| 6.2.4.   | Das Hamilton-Verfahren .....  | 279 |
| 6.2.5.   | Vor- und Nachteile der Optimierung nach den Verfahren von Euler-Lagrange und Hamilton ..... | 290 |
| 6.3.     | Das Maximumprinzip von Pontrjagin .....   | 290 |
| 6.4.     | Das optimale lineare Regelgesetz .....  | 303 |
| 6.4.1.   | Herleitung für kontinuierliche zeitvariante Systeme   | 303 |
| 6.4.2.   | Kontinuierliche zeitinvariante Systeme als Spezialfall .....                                | 311 |
| 6.4.3.   | Herleitung für zeitdiskrete zeitinvariante Systeme  | 315 |
| 6.4.4.   | Die stationäre Lösung der Matrix-Riccati-Differenzgleichung .....                           | 319 |

|          |   |     |
|----------|---|-----|
| 6.5.     | Lösungsverfahren für die Matrix-Riccati-Gleichung ..... | 321 |
| 6.5.1.   | Der kontinuierliche Fall .....                          | 321 |
| 6.5.1.1. | Direkte Integration .....                               | 321 |
| 6.5.1.2. | Verfahren von Kalman-Englar .....                       | 323 |
| 6.5.1.3. | Newton-Raphson-Methode .....                            | 323 |
| 6.5.1.4. | Verfahren von Kleinman .....                            | 325 |
| 6.5.1.5. | Direkte Lösung durch Diagonalisierung ....              | 327 |
| 6.5.2.   | Der diskrete Fall .....                                 | 330 |
| 6.5.2.1. | Rekursives Verfahren .....                              | 330 |
| 6.5.2.2. | Das sukzessive Verfahren .....                          | 331 |
| 6.5.2.3. | Eigenwert-Eigenvektor-Methode .....                     | 332 |

## 7. Sonderformen des optimalen linearen Zustandsreglers für zeitinvariante

### Mehrgrößensysteme

336

|          |   |     |
|----------|---|-----|
| 7.1.     | Einführende Bemerkungen .....   | 336 |
| 7.2.     | Berücksichtigung von sprungförmigen Stör- und Führungsgrößen                        | 340 |
| 7.2.1.   | Stör- und Führungsgrößenaufschaltung .....  | 340 |
| 7.2.2.   | Optimale Zustandsregler mit integraler Ausgangsvektorrückführung .....              | 345 |
| 7.2.2.1. | Herleitung des Stellgesetzes bei integraler Ausgangsvektorrückführung .....         | 345 |
| 7.2.2.2. | Stör- und Führungsgrößenaufschaltung bei integraler Ausgangsvektorrückführung ..... | 349 |
| 7.2.3.   | Zustandsregelung mit Beobachter .....   | 354 |
| 7.2.3.1. | Beobachter bei gemessenen Störgrößen .....  | 354 |
| 7.2.3.2. | Regelung mit Beobachter bei gemessenen Störgrößen .....                             | 357 |
| 7.2.3.3. | Regelung mit Beobachter bei nicht gemessenen und nicht beobachteten Störgrößen .... | 360 |
| 7.2.3.4. | Störbeobachter für beliebige deterministische Störungen .....                       | 360 |
| 7.3.     | Entwurf optimaler Zustandsregler im Frequenzbereich .....                           | 367 |
| 7.3.1.   | Die Rückführdifferenz-Matrix .....  | 368 |
| 7.3.2.   | Das Entwurfsverfahren .....   | 371 |
| 7.4.     | Einfluß des Gütefunktional auf den Reglerentwurf .....                              | 376 |
| 7.4.1.   | Optimaler linearer Regler bei unvollständiger Zustandsrückführung .....             | 376 |

|   |     |
|---|-----|
| 7.4.2. Optimaler linearer Regler mit vorgegebenem Stabilitätsgrad ..... | 379 |
| 7.4.3. Spezielle Ansätze für die Bewertungsmatrix $\underline{Q}$ ..... | 381 |
| 7.4.4. Integralkriterium für optimale Abtastregler .....                | 382 |
| 7.4.5. Zustandsregler mit Kreuzbewertung .....                          | 387 |

## **Anhang**

|                     |     |
|---------------------|-----|
| Anhang zu Kapitel 1 | 389 |
| Anhang zu Kapitel 5 | 398 |
| Anhang zu Kapitel 6 | 405 |

|                  |     |
|------------------|-----|
| <b>Literatur</b> | 408 |
|------------------|-----|

|                        |     |
|------------------------|-----|
| <b>Sachverzeichnis</b> | 425 |
|------------------------|-----|