

# Inf & Ing

## Vorlesungen zum Informatik- und Ingenieurstudium

Hans-Jürgen Hotop  
Thomas Klinker  
Christoph Maas  
(Hrsg.)

Band 4

Christoph Maas

# Analysis 1

3. veränderte Auflage 1999

Verlegt bei Dr. Bernd Wißner,  
Augsburg 1999

# Inhaltsverzeichnis

<b>Einführung</b>	<b>7</b>
0.1 Worum geht es in der Analysis?	7
0.2 Der Gang der Handlung in diesem Buch	8
0.3 Was noch zu sagen wäre.	9
<b>Zahlen</b>	<b>11</b>
1.1 Die rationalen Zahlen	11
1.1.1 Die natürlichen Zahlen	12
1.1.2 Die ganzen Zahlen	14
1.1.3 Die Brüche	15
1.1.4 Darstellung rationaler Zahlen in Stellenwertsystemen	22
1.2 Die reellen Zahlen	26
1.2.1 Folgen und Grenzwerte	27
1.2.2 Einführung der reellen Zahlen	30
1.2.3 Rechnen mit reellen Zahlen	34
1.3 Die komplexen Zahlen	40
<b>Funktionen einer Variablen</b>	<b>51</b>
2.1 Allgemeines über reelle Funktionen einer Variablen	51
2.2 Polynome und gebrochen rationale Funktionen	55
2.2.1 Polynome	55
2.2.2 Gebrochen rationale Funktionen	61
2.3 Andere elementare Funktionen	67
2.3.1 Potenz- und Wurzelfunktionen	67
2.3.2 Exponential- und Logarithmusfunktionen	68
2.3.3 Trigonometrische Funktionen	70
2.3.4 Betragsfunktion und Gaußklammerfunktion	74
2.3.5 Operationen mit Funktionen	77
2.4 Darstellung von Kurven in der Zeichenebene	79
2.4.1 Kurvendarstellungen in Polarkoordinaten	80

2.4.2	Parameterdarstellung im kartesischen Koordinatensystem	82
2.5	Grenzwerte und Stetigkeit reeller Funktionen. . . . .	84
2.5.1	Grenzwerte von Funktionen. . . . .	84
2.5.2	Stetigkeit einer Funktion. . . . .	88
2.5.3	Sätze über stetige Funktionen. . . . .	89
2.6	Komplexe Funktionen. . . . .	91
2.6.1	Erweiterung von Funktionsdefinitionen auf komplexe Argumente. . . . .	91
2.6.2	Zeichnerische Darstellung komplexer Funktionen. . . . .	95

## **Differenzialrechnung** **99**

3.1	Das Geschwindigkeitsproblem und das Tangentenproblem . . . .	99
3.2	Ableiten von Funktionen einer Veränderlichen. . . . .	101
3.2.1	Definition der ersten Ableitung. . . . .	101
3.2.2	Ableitungsregeln. . . . .	103
3.2.3	Die ersten Ableitungen der Exponentialfunktionen und der trigonometrischen Funktionen. . . . .	108
3.2.4	Höhere Ableitungen. . . . .	110
3.2.5	Einige wichtige Sätze über Ableitungen. . . . .	111
3.2.6	Ableitung von Funktionen in Parameterdarstellung und in impliziter Darstellung . . . . .	114
3.3	Anwendungen der Differenzialrechnung. . . . .	117
3.3.1	Berechnung der Tangente an die Kurve einer Funktion .	117
3.3.2	Kurvendiskussionen. . . . .	120
3.3.3	Extremwertaufgaben. . . . .	132
3.3.4	Physikalische Anwendungen. . . . .	134

## **Integralrechnung** **137**

4.1	Flächenberechnung und die Umkehrung der Differenziation . . . .	137
4.2	Integrationsregeln. . . . .	143
4.2.1	Integraltabellen. . . . .	143
4.2.2	Umformungsregeln. . . . .	143
4.2.3	Integration rationaler Funktionen durch Partialbruchzerlegung. . . . .	147
4.2.4	Uneigentliche Integrale. . . . .	150
4.2.5	Nicht elementar lösbare Integrale. . . . .	151
4.3	Einige Anwendungen der Integralrechnung. . . . .	152
4.3.1	Volumenberechnung bei Rotationskörpern. . . . .	152
4.3.2	Bogenlängen von Kurven. . . . .	154

4.3.3	Flächenberechnung bei Kurven in Parameterform oder in Polarkoordinaten. . . . .	157
<b>5</b>	<b>Reihen</b>	<b>161</b>
5.1	Grundbegriffe. . . . .	161
5.2	Potenzreihenentwicklungen. . . . .	167
<b>A</b>	<b>Lösungen der Aufgaben</b>	<b>179</b>
A.1	Zahlen. . . . .	179
A.2	Funktionen. . . . .	181
A.3	Differenzialrechnung. . . . .	185
A.4	Integralrechnung. . . . .	187
A.5	Reihen. . . . .	189
<b>B</b>	<b>Die griechischen Buchstaben</b>	<b>193</b>