
Manfred Einsiedler · Klaus Schmidt

Dynamische Systeme

Ergodentheorie und topologische Dynamik

Inhaltsverzeichnis

1	Topologische Dynamik	1
1.1	Topologische dynamische Systeme	1
1.1.1	Grundbegriffe	1
1.1.2	Topologische Mischungseigenschaften und Rekurrenz	8
1.2	Symbolische Dynamik	13
1.3	Invariante Maße	24
1.3.1	Der Raum der Wahrscheinlichkeitsmaße	24
1.3.2	Existenz invarianter Maße	28
1.3.3	Invariante Maße auf Shifträumen	30
1.3.4	Eindeutige Ergodizität	33
1.3.5	Existenz ergodischer Maße	37
1.4	Aufgaben	39
2	Ergodentheorie	47
2.1	Ergodensätze	47
2.2	Mischungseigenschaften	54
2.3	Anwendungen der Ergodensätze	65
2.3.1	Eindeutige Ergodizität und Gleichverteilung	65
2.3.2	Ziffernentwicklungen	70
2.3.3	Stochastische Prozesse	81
2.4	Aufgaben	85
3	Entropie	89
3.1	Zum Begriff „Entropie“	89
3.2	Entropie einer Zerlegung	91
3.3	Entropie einer Transformation	95
3.4	Der Ergodensatz der Informationstheorie	99
3.5	Berechnen der Entropie	103
3.6	Aufgaben	105

4	Topologische Entropie	107
4.1	Definition der topologischen Entropie	107
4.1.1	Definition mittels Überdeckungen	107
4.1.2	Definition mittels ε -dichter und ε -getrennter Mengen	109
4.2	Expansive Homöomorphismen	111
4.2.1	Die Entropie topologischer Markovshifts	112
4.3	Die Entropieabbildung und das Variationsprinzip	114
4.3.1	Die Entropieabbildung	115
4.3.2	Das Variationsprinzip	117
4.3.3	Maße mit maximaler Entropie	120
4.4	Aufgaben	123
5	Mehrparametrische dynamische Systeme	125
5.1	Gruppenaktionen	125
5.2	Furstenbergs Frage	127
5.3	Aktionen mittelbarer Gruppen	134
5.4	Ein Beispiel: Eine Aktion der Gruppe $SL_2(\mathbb{R})$	136
5.4.1	Das Haarmaß auf $SL_2(\mathbb{R})$	136
5.4.2	Eine rechtsinvariante Metrik auf $SL_2(\mathbb{R})$	139
5.4.3	Ein Gitter in $SL_2(\mathbb{R})$	140
5.4.4	Die Ergodentheorie von $SL_2(\mathbb{R})$	143
5.4.5	Gleichverteilungssätze für den horozyklischen Fluss	146
5.5	Aufgaben	150
	Literatur	153
	Sachverzeichnis	155