

Dieter Rasch und Dieter Schott

Mathematische Statistik

Für Mathematiker, Natur- und Ingenieurwissenschaftler

WILEY-VCH
Verlag GmbH & Co. KGaA

Inhaltsverzeichnis

Vorwort *XI*

1	Grundbegriffe der mathematischen Statistik	1
1.1	Grundgesamtheit und Stichprobe	2
1.1.1	Konkrete Stichproben und Grundgesamtheiten	2
1.1.2	Stichprobenverfahren	4
1.2	Mathematische Modelle für Grundgesamtheit und Stichprobe	7
1.3	Suffizienz und Vollständigkeit	9
1.4	Der Informationsbegriff in der Statistik	20
1.5	Statistische Entscheidungstheorie	27
1.6	Übungsaufgaben	31
	Literatur	36
2	Punktschätzung	39
2.1	Optimale erwartungstreue Schätzfunktionen	41
2.2	Varianzinvariante Schätzung	52
2.3	Methoden zur Konstruktion und Verbesserung von Schätzfunktionen	56
2.3.1	Maximum-Likelihood-Methode	56
2.3.2	Methode der kleinsten Quadrate	60
2.3.3	Minimum- χ^2 -Methode	61
2.3.4	Momentenmethode	62
2.3.5	Jackknife-Schätzungen	63
2.3.6	Auf Ordnungsmaßzahlen basierende Schätzfunktionen	64
2.4	Eigenschaften von Schätzfunktionen	68
2.4.1	Kleine Stichproben	69
2.4.2	Asymptotische Eigenschaften	71
2.5	Übungsaufgaben	75
	Literatur	78
3	Statistische Tests und Konfidenzschätzungen	81
3.1	Grundbegriffe der Testtheorie	81
3.2	Das Neyman-Pearson-Lemma	89

3.3	Tests für zusammengesetzte Alternativhypothesen und einparametrische Verteilungsfamilien	98
3.3.1	Verteilungen mit monotonem Likelihood-Quotienten und gleichmäßig beste Tests für einseitige Hypothesen	98
3.3.2	GBU-Tests für zweiseitige Alternativhypothesen	106
3.4	Tests für mehrparametrische Verteilungsfamilien	112
3.4.1	Allgemeine Theorie	113
3.4.2	Das Zweistichprobenproblem – Eigenschaften verschiedener Tests und Robustheit	125
3.4.3	Tabellenanhang	134
3.5	Konfidenzschätzungen	135
3.5.1	Einseitige Konfidenzintervalle in einparametrischen Verteilungsfamilien	136
3.5.2	Zweiseitige Konfidenzintervalle in einparametrischen und Konfidenzintervalle in mehrparametrischen Verteilungsfamilien	139
3.5.3	Tabellenanhang	142
3.6	Sequentielle Tests	143
3.6.1	Einführung	143
3.6.2	Walds sequentieller Likelihood-Quotienten-Test für einparametrische Exponentialfamilien	145
3.6.3	Test über Mittelwerte für unbekannte Varianzen	149
3.6.4	Approximative Tests für das Zweistichprobenproblem	155
3.6.5	Sequentielle Dreieckstests	156
3.6.6	Ein sequentieller Dreieckstest für den Korrelationskoeffizienten	158
3.7	Bemerkungen zur Interpretation	166
3.8	Übungsaufgaben	167
	Literatur	172
4	Lineare Modelle – Allgemeine Theorie	175
4.1	Lineare Modelle mit festen Effekten	175
4.1.1	Methode der kleinsten Quadrate	176
4.1.2	Maximum-Likelihood-Methode	180
4.1.3	Hypothesentests	181
4.1.4	Konstruktion von Konfidenzbereichen	186
4.1.5	Spezielle lineare Modelle	187
4.1.6	Die verallgemeinerte Methode der kleinsten Quadrate (VMKQ)	193
4.2	Lineare Modelle mit zufälligen Effekten – gemischte Modelle	194
4.2.1	Beste lineare erwartungstreue Vorhersage (BLEV)	195
4.2.2	Varianzkomponentenschätzung	197
4.3	Übungsaufgaben	198
	Literatur	198
5	Varianzanalyse – Modelle mit festen Effekten (Modell I der Varianzanalyse)	201
5.1	Einführung	201

5.2	Varianzanalyse in einfaktoriellen Versuchen (einfache Varianzanalyse)	209
5.2.1	Das Modell und Auswertungsverfahren	209
5.2.2	Planung des Versuchsumfanges	222
5.3	Klassifikation nach zwei Faktoren (zweifache Varianzanalyse)	225
5.3.1	Kreuzklassifikation ($A \times B$)	227
5.3.2	Hierarchische Klassifikation ($A > B$)	253
5.4	Dreifache Klassifikation	264
5.4.1	Vollständige Kreuzklassifikation ($A \times B \times C$)	265
5.4.2	Hierarchische Klassifikation ($C < B < A$)	272
5.4.3	Gemischte Klassifikation	274
5.5	Übungsaufgaben	283
	Literatur	284
6	Varianzanalyse – Schätzung von Varianzkomponenten (Modell II der Varianzanalyse)	285
6.1	Einführung – lineare Modelle mit zufälligen Effekten	285
6.2	Einfache Klassifikation	289
6.2.1	Schätzung der Varianzkomponenten	292
6.2.2	Tests von Hypothesen und Konfidenzintervalle	300
6.2.3	Varianzen und Eigenschaften der Schätzverfahrens für die Varianzkomponenten	302
6.3	Schätzfunktionen für Varianzkomponenten und ihre Spezialfälle der zweifachen und dreifachen Klassifikation	306
6.3.1	Allgemeine Beschreibung für den Fall gleicher und ungleicher Klassenbesetzung	307
6.3.2	Zweifache Kreuzklassifikation	311
6.3.3	Zweifache hierarchische Klassifikation	316
6.3.4	Dreifache Kreuzklassifikation mit gleicher Klassenbesetzung	319
6.3.5	Dreifache hierarchische Klassifikation	325
6.3.6	Dreifache gemischte Klassifikation	328
6.4	Versuchsplanung	329
6.5	Übungsaufgaben	331
	Literatur	332
7	Varianzanalyse – Modelle mit endlichen Stufengesamtheiten und gemischte Modelle	335
7.1	Einführung – Modelle mit endlichen Stufengesamtheiten	335
7.2	Regeln zur Ableitung von SQ , FG , DQ und $E(DQ)$ im balancierten Fall für beliebige Klassifikationen und Modelle	338
7.3	Varianzkomponentenschätzung in gemischten Modellen	343
7.3.1	Ein Beispiel für den balancierten Fall	344
7.3.2	Der unbalancierte Fall	346
7.4	Varianzkomponentenschätzung in speziellen gemischten Modellen	348

- 7.4.1 Zweifache Kreuzklassifikation 348
- 7.4.2 Zweifache hierarchische Klassifikation $B < A$ 348
- 7.4.3 Dreifache Kreuzklassifikation 352
- 7.4.4 Dreifache hierarchische Klassifikation 355
- 7.4.5 Dreifache gemischte Klassifikation 358
- 7.5 Tests für feste Effekte und Varianzkomponenten 362
- 7.6 Übungsaufgaben 366
 - Literatur 366

8 Regressionsanalyse – Lineare Modelle mit nicht zufälligen Regressoren und zufälligen Regressoren 367

- 8.1 Einführung 367
- 8.2 Parameterschätzung 370
- 8.2.1 Methode der kleinsten Quadrate 370
- 8.2.2 Optimale Versuchsplanung 383
- 8.3 Hypothesenprüfung 386
- 8.4 Konfidenzbereiche 395
- 8.5 Modelle mit zufälligen Regressoren 398
 - 8.5.1 Auswertung 398
 - 8.5.2 Versuchsplanung 404
- 8.6 Gemischte Modelle 405
- 8.7 Abschließende Bemerkungen zu den Modellen der Regressionsanalyse 406
- 8.8 Übungsaufgaben 408
 - Literatur 409

9 Regressionsanalyse – Eigentlich nichtlineares Modell I 411

- 9.1 Bestimmung der Schätzwerte nach der Methode der kleinsten Quadrate 414
 - 9.1.1 Gauß-Newton-Verfahren 415
 - 9.1.2 Innere Regression 419
 - 9.1.3 Bestimmung von Anfangswerten für Iterationsverfahren 421
- 9.2 Geometrische Betrachtungen 422
 - 9.2.1 Lösungsfläche und Tangentenebene 422
 - 9.2.2 Nichtlinearitätsmaße 428
- 9.3 Asymptotische Eigenschaften und die Verzerrung der MKQ-Schätzung 432
- 9.4 Konfidenzschätzungen und Tests 436
 - 9.4.1 Einführung 437
 - 9.4.2 Auf der asymptotischen Kovarianzmatrix basierende Tests und Konfidenzschätzungen 440
 - 9.4.3 Simulationsexperimente zur Überprüfung der Tests und Konfidenzschätzungen 441
- 9.5 Optimale Versuchsplanung 443
- 9.6 Spezielle Regressionsfunktionen 448

- 9.6.1 Exponentielle Regression 448
- 9.6.2 Die Bertalanffy-Funktion 456
- 9.6.3 Die logistische (dreiparametrische Tangens-hyperbolicus-)Funktion 458
- 9.6.4 Die Gompertz-Funktion 463
- 9.6.5 Die vierparametrische Tangens-hyperbolicus-Funktion 464
- 9.6.6 Die vierparametrische Arcustangens-Funktion 467
- 9.6.7 Die Richards-Funktion 469
- 9.6.8 Fragen der Modellwahl 469
- 9.7 Übungsaufgaben 471
Literatur 472

- 10 Kovarianzanalyse 475**
- 10.1 Einführung 475
- 10.2 Allgemeines Modell I–I der Kovarianzanalyse 476
- 10.3 Spezielle Modelle der Kovarianzanalyse für die einfache Klassifikation 483
- 10.3.1 Eine Kovariable mit konstantem γ 485
- 10.3.2 Eine Kovariable mit von den Stufen des Klassifikationsfaktors abhängigen Regressionskoeffizienten γ_i 487
- 10.4 Übungsaufgaben 488
Literatur 488

- 11 Statistische Mehrentscheidungsprobleme 489**
- 11.1 Auswahlverfahren 490
- 11.1.1 Grundbegriffe 490
- 11.1.2 Indifferenzbereichsformulierung für Erwartungswerte 493
- 11.1.3 Auswahl einer Untermenge, die die beste Grundgesamtheit mit vorgegebener Wahrscheinlichkeit enthält 505
- 11.2 Multiple VergleichsprozEDUREN 511
- 11.2.1 Konfidenzbereiche für alle Kontraste – die Scheffé-Methode 515
- 11.2.2 Konfidenzintervalle für bestimmte Kontraste – die Methode von Dunn 518
- 11.2.3 Konfidenzbereiche für alle Kontraste für $n_i = n$ – die Tukey-Methode 520
- 11.2.4 Konfidenzintervalle für alle Kontraste – verallgemeinerte Tukey-Methode 523
- 11.2.5 Konfidenzintervalle für die Mittelwertdifferenzen zu einem Standard – die Dunnett-Methode 525
- 11.2.6 Multiple VergleichsprozEDUREN und Konfidenzbereiche 527
- 11.2.7 Vergleich multipler VergleichsprozEDUREN 530
- 11.3 Veranschaulichung der Methoden an einem Zahlenbeispiel 531
- 11.4 Übungsaufgaben 536
Literatur 537

12	Versuchsanlagen	539
12.1	Einführung	540
12.2	Blockanlagen	543
12.2.1	Vollständig balancierte unvollständige Blockanlagen	547
12.2.2	Methoden zur Konstruktion von BUB	554
12.2.3	Teilweise balancierte unvollständige Blockanlagen	568
12.3	Zeilen-Spalten-Anlagen	573
12.4	Programme zur Konstruktion von Versuchsanlagen	577
12.5	Übungsaufgaben	577
	Literatur	578
13	Lösungen und Lösungsansätze zu den Übungsaufgaben	581
	Anhang A Symbolik	607
	Anhang B Abkürzungen	611
	Anhang C Wahrscheinlichkeits- bzw. Dichtefunktionen von Verteilungen	613
	Anhang D Tabellen	615
	Sachverzeichnis	623