

Jürgen Dankert, Helga Dankert

Technische Mechanik

Statik, Festigkeitslehre, Kinematik/Kinetik

3., vollständig überarbeitete Auflage

Mit 1070 Abbildungen, 77 Tabellen
sowie 390 Übungsaufgaben mit Lösungen
und zahlreichen weiteren Aufgaben im Internet



B. G. Teubner Stuttgart · Leipzig · Wiesbaden

Inhalt

1	Grundlagen der Statik	1
1.1	Die Kraft	1
1.2	Axiome der Statik	3
1.3	Das Schnittprinzip	5
2	Das zentrale ebene Kraftsystem	9
2.1	Äquivalenz	9
2.2	Gleichgewicht	13
3	Das allgemeine ebene Kraftsystem (Äquivalenz)	16
3.1	Graphische Ermittlung der Resultierenden	16
3.2	Parallele Kräfte	17
3.3	Kräftepaar und Moment	18
3.4	Das Moment einer Kraft	21
3.5	Äquivalenz	22
	3.5.1 Versetzungsmoment	22
	3.5.2 Analytische Ermittlung der Resultierenden	23
4	Schwerpunkte	26
4.1	Schwerpunkte von Körpern	27
4.2	Flächenschwerpunkte	28
4.3	Linien Schwerpunkte	32
4.4	Experimentelle Schwerpunktermittlung	34
4.5	Flächenschwerpunkte, Computer-Verfahren	35
	4.5.1 Eine durch einen Polygonzug begrenzte ebene Fläche	35
	4.5.2 Durch zwei Funktionen begrenzte Fläche	37
4.6	Flächen- und Linienlasten	38
4.7	Aufgaben	40
5	Gleichgewicht des ebenen Kraftsystems	41
5.1	Die Gleichgewichtsbedingungen	41
5.2	Lager und Lagerreaktionen in der Ebene	42
5.3	Statisch bestimmte Lagerung	45
5.4	Aufgaben	51
6	Ebene Systeme starrer Körper	52
6.1	Statisch bestimmte Systeme	52
6.2	Stäbe und Seile als Verbindungselemente	59

VIII		Inhalt
6.3	Lineare Gleichungssysteme	62
6.4	Fachwerke	70
6.4.1	Statisch bestimmte Fachwerke	70
6.4.2	Berechnungsverfahren	72
6.4.3	Komplizierte Fachwerke, Computerrechnung	75
6.5	Aufgaben	79
7	Schnittgrößen	81
7.1	Definitionen	81
7.2	Differenzielle Zusammenhänge	86
7.3	Ergänzende Bemerkungen zu den Schnittgrößen	90
7.4	Aufgaben	94
8	Räumliche Probleme	95
8.1	Zentrales Kraftsystem	95
8.2	Räumliche Fachwerke	103
8.3	Allgemeines Kraftsystem	107
8.3.1	Momente	107
8.3.2	Das Moment einer Kraft	111
8.3.3	Äquivalenz und Gleichgewicht	114
8.4	Schnittgrößen	117
8.5	Aufgaben	119
9	Haftung	121
9.1	Coulombsches Haftungsgesetz	121
9.2	Seilhaftung	125
9.3	Aufgaben	128
10	Elastische Lager	130
10.1	Lineare Federn	130
10.2	Gleichgewicht bei steifen Federn	132
10.3	Gleichgewicht bei weichen Federn	134
10.4	Beurteilung der Gleichgewichtslagen	137
10.5	Aufgaben	142
11	Seilstatik, Kettenlinien, Stützlinien	143
11.1	Das Seil unter Eigengewicht	144
11.2	Das Seil unter konstanter Linienlast	149
12	Grundlagen der Festigkeitslehre	153
12.1	Beanspruchungsarten	153
12.2	Spannungen und Verzerrungen	154
12.3	Der Zugversuch	156
12.4	Hookesches Gesetz, Querkontraktion	158

13	Festigkeitsnachweis, zulässige Spannung	159
13.1	Belastungsarten	159
13.2	Dauerfestigkeit	161
13.3	Gestaltfestigkeit	163
13.3.1	Kerbwirkungen	163
13.3.2	Oberflächenbeschaffenheit und Bauteilgröße	165
13.4	Zulässige Spannungen	165
13.4.1	Statische Belastung	165
13.4.2	Dynamische Belastung	166
13.4.3	Festigkeitsnachweis	166
14	Zug und Druck	167
14.1	Spannung, Dehnung	167
14.2	Statisch unbestimmte Probleme	170
14.3	Temperatureinfluss, Fehlmaße	172
14.4	Aufgaben	178
15	Der Stab als finites Element	179
15.1	Die Finite-Elemente-Methode	179
15.2	Fluchtende Stabelemente	180
15.3	Ebene Fachwerk-Elemente	186
15.4	Temperaturdehnung, Anfangsdehnung	190
15.5	Nutzung von Finite-Elemente-Programmen	193
15.6	Aufgaben	197
16	Biegung	198
16.1	Biegemoment und Biegespannung	198
16.2	Flächenträgheitsmomente	203
16.2.1	Definitionen	203
16.2.2	Einige wichtige Formeln	205
16.2.3	Der Satz von Steiner	206
16.2.4	Zusammengesetzte Flächen	207
16.2.5	Hauptträgheitsmomente, Hauptzentralachsen	210
16.2.6	Formalisierung der Berechnung	213
16.2.7	Durch Polygonzüge begrenzte Flächen, Computer-Rechnung	217
16.3	Gültigkeit der Biegespannungsformel, Widerstandsmomente, Beispiele	221
16.4	Aufgaben	229
17	Verformungen durch Biegemomente	232
17.1	Differenzialgleichung der Biegelinie	232
17.2	Integration der Differenzialgleichung	234
17.3	Rand- und Übergangsbedingungen	240
17.4	Einige wichtige Formeln	243
17.5	Statisch unbestimmte Systeme	246
17.6	Superposition	252
17.7	Aufgaben	255

X		Inhalt
18	Computer-Verfahren für Biegeprobleme	257
18.1	Das Differenzenverfahren	257
18.1.1	Differenzenformeln	258
18.1.2	Biegelinie bei konstanter Biegesteifigkeit	259
18.1.3	Biegelinie bei veränderlicher Biegesteifigkeit	267
18.2	Der Biegeträger als finites Element	271
18.2.1	Element-Steifigkeitsmatrix für Biegeträger	271
18.2.2	Element-Belastungen (Linienlasten)	276
18.2.3	Biegesteife Rahmentragwerke	279
18.3	Aufgaben	285
19	Spezielle Biegeprobleme	288
19.1	Schiefe Biegung	288
19.2	Der elastisch gebettete Träger	293
19.2.1	Lösung der Differenzialgleichung der Biegelinie	294
19.2.2	Numerische Lösung	298
19.2.3	Spezielle Rand- und Übergangsbedingungen	300
19.3	Der gekrümmte Träger	303
19.3.1	Schnittgrößen	303
19.3.2	Spannungen infolge Biegemoment und Normalkraft	307
19.3.3	Verformungen des Kreisbogenträgers	313
19.3.4	Numerische Berechnung der Verformungen	320
19.4	Aufgaben	323
20	Querkraftschub	325
20.1	Ermittlung der Schubspannungen	325
20.2	Dünnwandige offene Profile, Schubmittelpunkt	331
20.3	Schubspannungen in Verbindungsmitteln	335
20.4	Verformungen durch Querkräfte	337
20.5	Aufgaben	342
21	Torsion	343
21.1	Torsion von Kreis- und Kreisringquerschnitten	343
21.2	Saint-Venantsche Torsion beliebiger Querschnitte	348
21.3	Saint-Venantsche Torsion dünnwandiger Querschnitte	352
21.3.1	Dünnwandige geschlossene Querschnitte	352
21.3.2	Dünnwandige offene Querschnitte	359
21.4	Formeln für die Saint-Venantsche Torsion	363
21.5	Numerische Lösungen	365
21.6	Aufgaben	366
22	Zusammengesetzte Beanspruchung	368
22.1	Modelle der Festigkeitsberechnung	368
22.2	Zusammengesetzte Normalspannung	370
22.3	Der einachsige Spannungszustand	371
22.4	Der ebene Spannungszustand	372

Inhalt	XI
22.5 Festigkeitshypothesen	378
22.5.1 Ebener Spannungszustand	379
22.5.2 Berechnung von Wellen	381
22.6 Aufgaben	383
23 Knickung	385
23.1 Stabilitätsprobleme der Elastostatik	385
23.2 Stab-Knickung	386
23.3 Differenzialgleichung 4. Ordnung	394
23.4 Numerische Lösung von Knickproblemen	396
23.5 Aufgaben	400
24 Formänderungsenergie	402
24.1 Arbeitssatz	402
24.2 Formänderungsenergie für Grundbeanspruchungen	404
24.3 Satz von Castigliano	407
24.4 Satz von Castigliano (statisch unbestimmte Systeme)	415
24.5 Aufgaben	421
25 Rotationssymmetrische Modelle	423
25.1 Rotationssymmetrische Scheiben	423
25.2 Spezielle Anwendungsbeispiele	428
25.3 Dünnwandige Behälter (Membranspannungen)	432
25.4 Aufgaben	433
26 Kinematik des Punktes	434
26.1 Geradlinige Bewegung des Punktes	434
26.1.1 Weg, Geschwindigkeit, Beschleunigung	434
26.1.2 Kinematische Diagramme	438
26.2 Allgemeine Bewegung des Punktes	440
26.2.1 Allgemeine Bewegung in einer Ebene	440
26.2.2 Beschleunigungsvektor, Bahn- und Normalbeschleunigung	443
26.2.3 Winkelgeschwindigkeit, Winkelbeschleunigung	447
26.2.4 Darstellung der Bewegung mit Polarkoordinaten	451
26.2.5 Allgemeine Bewegung im Raum	454
26.3 Aufgaben	455
27 Kinematik starrer Körper	457
27.1 Die ebene Bewegung des starren Körpers	457
27.1.1 Translation und Rotation	457
27.1.2 Der Momentanpol	460
27.1.3 Geschwindigkeit und Beschleunigung	463
27.2 Ebene Relativbewegung eines Punktes	468
27.3 Bewegung des starren Körpers im Raum	472
27.3.1 Rotation	473
27.3.2 Allgemeine Bewegung	475
27.3.3 Relativbewegung eines Punktes	475

27.4	Systeme starrer Körper	477
27.5	Aufgaben	484
28	Kinetik des Massenpunktes	486
28.1	Dynamisches Grundgesetz	486
28.2	Kräfte am Massenpunkt	488
28.2.1	Geschwindigkeitsabhängige Bewegungswiderstände	489
28.2.2	Massenkraft, das Prinzip von d'Alembert	491
28.3	Numerische Integration von Anfangswertproblemen	496
28.3.1	Eine Differenzialgleichung 1. Ordnung	496
28.3.2	Differenzialgleichungssysteme und Differenzialgleichungen höherer Ordnung	499
28.4	Integration des dynamischen Grundgesetzes	503
28.4.1	Der Impulssatz	503
28.4.2	Arbeit, Energie, Leistung	503
28.4.3	Der Energiesatz	506
28.5	Aufgaben	510
29	Kinetik starrer Körper	512
29.1	Reine Translation	512
29.2	Rotation um eine feste Achse	512
29.3	Massenträgheitsmomente	517
29.3.1	Massenträgheitsmomente einfacher Körper	518
29.3.2	Der Satz von Steiner	520
29.3.3	Deviationsmomente, Hauptachsen	522
29.4	Beispiele zur Rotation um eine feste Achse	528
29.4.1	Allgemeine Beispiele	528
29.4.2	Auswuchten von Rotoren	534
29.5	Ebene Bewegung starrer Körper	538
29.5.1	Schwerpunktsatz, Drallsatz	538
29.5.2	Das Prinzip von d'Alembert	541
29.5.3	Energiesatz	546
29.5.4	Beispiele	547
29.6	Räumliche Bewegung starrer Körper	555
29.6.1	Schwerpunktsatz, Drallsatz	555
29.6.2	Körperfeste Koordinaten, Eulersche Gleichungen, Kreiselbewegung	558
29.6.3	Das Kreismoment	562
29.7	Aufgaben	565
30	Kinetik des Massenpunktsystems	567
30.1	Schwerpunktsatz, Impulssatz, Drallsatz	567
30.2	Stoß	571
30.2.1	Der gerade zentrische Stoß	571
30.2.2	Der schiefe zentrische Stoß	575
30.2.3	Der exzentrische Stoß	577
30.3	Aufgaben	580

31	Schwingungen	581
31.1	Harmonische Schwingungen	581
31.2	Freie ungedämpfte Schwingungen	583
31.2.1	Schwingungen mit kleinen Ausschlägen	583
31.2.2	Elastische Systeme	585
31.2.3	Nichtlineare Schwingungen	588
31.3	Freie gedämpfte Schwingungen	589
31.4	Erzwungene Schwingungen	592
31.4.1	Schwingungen mit harmonischer Erregung der Masse	593
31.4.2	Erregung über Feder und Dämpfer	595
31.4.3	Unwuchterregung	597
31.4.4	Biegekritische Drehzahlen	599
31.5	Aufgaben	601
32	Systeme mit mehreren Freiheitsgraden	603
32.1	Freie ungedämpfte Schwingungen	603
32.2	Torsionsschwingungen	606
32.3	Eigenschwingungen linear-elastischer Systeme	609
32.4	Biegekritische Drehzahlen	612
32.5	Zwangsschwingungen, Schwingungstilgung	613
32.6	Aufgaben	616
33	Prinzipien der Mechanik	618
33.1	Prinzip der virtuellen Arbeit	618
33.2	Prinzip der virtuellen Arbeit für Potenzialkräfte, Stabilität des Gleichgewichts	623
33.3	Prinzip von d'Alembert in der Fassung von Lagrange	628
33.4	Lagrangesche Bewegungsgleichungen	631
33.4.1	Generalisierte Kräfte, Potenzialkräfte	631
33.4.2	Virtuelle Arbeit der Massenkkräfte	632
33.4.3	Lagrangesche Gleichungen 2. Art	633
33.5	Prinzip vom Minimum des elastischen Potentials	637
33.5.1	Das Verfahren von Ritz	640
33.5.2	Randwertproblem und Variationsproblem	643
33.5.3	Verfahren von Ritz und Finite-Elemente-Methode	645
33.6	Aufgaben	651
Anhang A	(Lösungen zu den Aufgaben)	652
Anhang B		674
B1	Ergebnisse verifizieren	674
B2	Spezielle Aufgaben	677
	Aufgabe B2.1	
	Gerader Träger mit Gelenk, mehrfeldrig, statisch unbestimmt	677

	Aufgabe B2.2	
	Statisch bestimmtes System, schwierig zu entkoppelnde Gleichungen	679
	Aufgabe B2.3	
	3D-Fachwerk, statisch unbestimmt	682
	Aufgabe B2.4	
	Ebener biege- und dehnsteifer Rahmen, hochgradig statisch unbestimmt	684
	Aufgabe B2.5	
	Dreidimensionaler Rahmen mit biege-, dehn- und torsionssteifen Elementen, hochgradig statisch unbestimmt	686
	Aufgabe B2.6	
	Nichtlineares Anfangswertproblem, ein Freiheitsgrad, geschwindigkeitsproportionale Dämpfung	688
	Aufgabe B2.7	
	Lineares Anfangswertproblem, zwei Freiheitsgrade, geschwindigkeitsproportionale Dämpfung	691
	Aufgabe B2.8	
	Doppelpendel, zwei Freiheitsgrade, nichtlineares Anfangswertproblem, Differenzialgleichungen sind in den Beschleunigungsgliedern gekoppelt	693
	Aufgabe B2.9	
	Laufkatze, zwei Freiheitsgrade, nichtlineares Anfangswertproblem, Differenzialgleichungen sind in den Beschleunigungsgliedern gekoppelt, zeitabhängiges und wegabhängiges Ereignis	697
B3	Finite-Elemente-Methode als Näherungsverfahren	699
	B3.1 Ein- bzw. zweidimensionale FEM-Modelle	700
	B3.2 Reduktion der Elementlasten, Realisierung der Lagerung	703
	B3.3 Kompatibilität und Gleichgewicht	704
	B3.4 Die Element-Steifigkeitsmatrix	704
	Aufgabe B3.1	
	Scheibentheorie, Finite-Elemente-Methode, unterschiedliche Elementtypen, Einfluss der Vernetzung auf die Ergebnisse	708
	Aufgabe B3.2	
	Biegetheorie, veränderlicher Querschnitt, Einfluss der Vernetzung auf die Ergebnisse	711
	Aufgabe B3.3	
	Saint-Venantsche Torsion, Torsions-Trägheitsmoment des Rechteckquerschnitts, Einfluss der Vernetzung auf die Ergebnisse	713
	Literatur	714
	Index	715