

Heinz-Otto Peitgen,
Hartmut Jürgens, Dietmar Saupe

Bausteine des Chaos

Fraktale

Deutsch von Ernst F. Gucker
in Zusammenarbeit
mit Thomas Eberhardt
Mit 289 Abbildungen und 25 Farbtafeln



Rowohlt

Inhaltsverzeichnis

| | |
|--|------------|
| Vorwort: Fraktale und die Wiedergeburt der Experimentellen Mathematik | 1 |
| 1 Die Säulen der fraktalen Geometrie: Rückkopplung und Iteration | 21 |
| 1.1 Das Prinzip der Rückkopplung | 23 |
| 1.2 Die Mehrfach-Verkleinerungs-Kopier-Maschine | 30 |
| 1.3 Grundtypen von Rückkopplungsprozessen | 36 |
| 1.4 Die Parabel der Parabel — Oder: Man traue seinem Computer nicht | 47 |
| 1.5 Chaos macht jeden Computer nieder | 62 |
| 1.6 Programm des Kapitels: Grafische Iteration | 75 |
| 2 Klassische Fraktale und Selbstähnlichkeit | 81 |
| 2.1 Die Cantor-Menge | 85 |
| 2.2 Sierpinski-Dreieck und -Teppich | 98 |
| 2.3 Das Pascalsche Dreieck | 103 |
| 2.4 Die Koch-Kurve | 107 |
| 2.5 Raumfüllende Kurven | 115 |
| 2.6 Fraktale und das Problem der Dimension | 128 |
| 2.7 Die Universalität des Sierpinski-Teppichs | 136 |
| 2.8 Julia-Mengen | 146 |
| 2.9 Pythagoreische Bäume | 150 |
| 2.10 Programm des Kapitels: Sierpinski-Dreieck mit binären Adressen | 156 |
| 3 Grenzwerte und Selbstähnlichkeit | 161 |
| 3.1 Ähnlichkeit und Skalierung | 163 |
| 3.2 Geometrische Reihen und die Koch-Kurve | 174 |
| 3.3 Das Neue von verschiedenen Seiten her angehen: Pi und die Quadratwurzel von Zwei | 182 |
| 3.4 Fraktale als Lösungen von Gleichungen | 199 |
| 3.5 Raster-Selbstähnlichkeit: Den Limes erfassen | 211 |
| 3.6 Programm des Kapitels: Die Koch-Kurve | 218 |
| 4 Fraktale Dimension: Messen von Komplexität | 223 |
| 4.1 Spiralen endlicher und unendlicher Länge | 225 |
| 4.2 Messen von fraktalen Kurven und Potenzgesetze | 232 |
| 4.3 Fraktale Dimension | 245 |
| 4.4 Die Box-Dimension | 256 |
| 4.5 Grenzfälle von Fraktalen: Teufelstreppe und Peano-Kurve | 265 |
| 4.6 Programm des Kapitels: Die Cantor-Menge und die Teufelstreppe | 271 |

| | | |
|----------|---|------------|
| 5 | IFS: Bildkodierung mit einfachen Transformationen | 275 |
| 5.1 | Die Metapher der Mehrfach-Verkleinerungs-Kopier-Maschine | 277 |
| 5.2 | Zusammensetzung einfacher Transformationen | 280 |
| 5.3 | Verwandte des Sierpinski-Dreiecks | 292 |
| 5.4 | Klassische Fraktale mit Hilfe von IFS | 300 |
| 5.5 | Bildkodierung mit IFS | 308 |
| 5.6 | Grundlage von IFS: Das Banachsche Fixpunktprinzip | 314 |
| 5.7 | Die Wahl der richtigen Metrik | 326 |
| 5.8 | Zusammensetzung selbstähnlicher Bilder | 330 |
| 5.9 | Brechung von Selbstähnlichkeit und Selbstaffinität oder Vernetzung von MVKM | 336 |
| 5.10 | Programm des Kapitels: Iterieren der MVKM | 347 |
| 6 | Das Chaos-Spiel: Wie Zufall deterministische Formen erzeugt | 353 |
| 6.1 | Die Glücksrad-Verkleinerungs-Kopier-Maschine | 356 |
| 6.2 | Adressen: Untersuchung des Chaos-Spiels | 364 |
| 6.3 | Tunen des Glücksrades | 380 |
| 6.4 | Fallstrick Zufallszahlengenerator | 393 |
| 6.5 | Verfahren mit adaptivem Abbruch | 402 |
| 6.6 | Programm des Kapitels: Chaos-Spiel für den Farn | 414 |
| 7 | Unregelmäßige Formen: Zufall in fraktalen Konstruktionen | 417 |
| 7.1 | Randomisierung von deterministischen Fraktalen | 419 |
| 7.2 | Perkolation: Fraktale und Brände in Zufallswäldern | 423 |
| 7.3 | Zufalls-Fraktale in einem Laborexperiment | 437 |
| 7.4 | Simulation der Brownschen Bewegung | 444 |
| 7.5 | Skalierungsgesetze und gebrochene Brownsche Bewegung | 457 |
| 7.6 | Fraktale Landschaften | 464 |
| 7.7 | Programm des Kapitels: Zufällige Mittelpunktverschiebung | 470 |
| A | Fraktale Bildkompression | 473 |
| A.1 | Selbstähnlichkeit in Bildern | 477 |
| A.2 | Eine Spezial-MVKM | 479 |
| A.3 | Kodierung von Bildern | 483 |
| A.4 | Verschiedene Unterteilungsstrategien | 486 |
| A.5 | Hinweise für die Implementierung | 490 |
| | Literaturverzeichnis | 493 |
| | Index | 507 |