

Marc Chamberland

Von Eins bis Neun – Große Wunder hinter kleinen Zahlen

Über 100 mathematische Exkursionen
für Neugierige und Genießer

Aus dem Amerikanischen übersetzt von Michael Basler

 Springer

Inhaltsverzeichnis

1 Die Zahl Eins	1
Geschnittene Origamis	2
Die Fibonacci-Zahlenfolge und der Goldene Schnitt	2
Die eindeutige Darstellung von Zahlen	5
Zur Faktorzerlegung von Knoten	6
Abzählbare Mengen und die Stern-Brocot-Folge	8
Fraktale	10
Gilbreaths Vermutung	13
Das Benford'sche Gesetz	14
Der Fixpunktsatz von Brouwer	16
Inverse Probleme	17
Perfekte Quadrate	18
Der Satz von Bohr-Mollerup	19
Die Sätze von Picard	21
2 Die Zahl Zwei	23
Der Jordan'sche Kurvensatz und Paritätsargumente	23
Das Seitenverhältnis	25
Wie symmetrisch sind Sie?	26
Der Satz des Pythagoras	27
Beatty-Folgen	30
Die Euler'sche Formel	31

Bedeutende Probleme	32
Die Goldbach'sche Vermutung	33
Gequetschte Primzahlen	34
Die Primzahlzwillings-Vermutung	34
Primzahlen in schnellerer Abfolge	36
Der Satz von Stone-Tukey	36
Potenzmengen und Zweierpotenzen	38
Der Satz von Sylvester-Gallai	41
Formeln für π	41
Die Multiplikation	43
Die Thue-Morse-Folge	43
Dualität	46
Apollonische Kreispackungen	49
Vollkommene Zahlen und	
Mersenne-Primzahlen	51
Die pythagoreische Stimmung und die Wurzel aus 2	52
Reziprok quadratische Abstandsgesetze	55
Die Ungleichheit von arithmetischem	
und geometrischem Mittel	56
Positive Polynome	57
Das Newton-Verfahren zum Ermitteln von Nullstellen	59
Mehr zur Division mittels Multiplikation	61
Der Reiz von $\pi^2/6$	62
Die Jacobi-Vermutungen	65
3 Die Zahl Drei	69
Das $(3x + 1)$ -Problem	69
Dreieckzahlen und bulgarisches Solitär	71
Schere, Stein, Papier und die Borromäischen Ringe	73
Zufallsbewegungen	76
Die Dreiteilung von Winkeln	77
Das Drei-Körper-Problem	78
Der Lorenz-Attraktor und das Chaos	80
Die Periode 3 bedeutet Chaos	83
Muster bei den Sternen	85
Der Große Fermat'sche Satz	86
Reste gefällig?	89
Ägyptische Brüche	90
Arrows Unmöglichkeitstheorem	93

Kartierungsoberflächen	95
Aufsicht in einer Galerie	96
Die Poincaré-Vermutung	97
Monges Drei-Kreise-Problem	99
Der Satz von Marden	101
Das Reuleaux-Dreieck	103
Der dritte kritische Punkt	105
Summen dritter Potenzen	107
Näherungen für Zerfallsgesetze	109
4 Die Zahl Vier	111
Der Vier-Farben-Satz	112
Der Tennisballsatz	114
Identitäten von Summen von Quadraten	115
Vier-Teile-Puzzle	116
Ducci-Folgen	117
Die Euler'sche Potenzsummenvermutung	120
Villarceau-Kreise	121
Das Problem einbeschriebener Quadrate	123
Regelmäßige Vielecke auf dem Computerbildschirm	125
Das Problem der vier Reisenden	126
Die Vermutung über die vier Exponenten	128
Sehnenvierecke	130
Das Huträtsel	132
5 Die Zahl Fünf	133
Der Fünf-Kreise-Satz von Miquel	133
Die platonischen Körper	134
Zur Lösung von Polynomgleichungen	135
Die Diophantische Approximation	138
Der Petersen-Graph	139
Das Happy-End-Problem	141
Parkettierungen	142
Von Kugeln und Würsten	145
Rösselsprung auf rechteckigen Spielbrettern	146
Ein Zauberkunststück mit fünf Karten	148
Von Fußbällen und Kuppeln	150
Endlose Rekursion	151
Die Rogers-Ramanujan-Identitäten	152

6 Die Zahl Sechs	157
Die optimale Packung	157
Von Bekannten und Fremden	161
Das Kleine-Welt-Phänomen	162
Ein Collier aus Kugeloberflächen	164
Sechsecke im Pascal'schen Dreieck	165
Das Brettspiel Hex	166
Die Wendt-Determinante	168
Sechs Längen in der Geometrie	169
Der Satz von Ceva	169
Der Satz von Menelaos	169
Der Satz von Haruki	170
7 Die Zahl Sieben	171
Der Sieben-Kreise-Satz	171
Die Nachkommastellen von $1/7$ und Ellipsen	172
Die Strassen'sche Matrizenmultiplikation	174
Die Fano-Ebene	176
Friesmuster	179
Das Szilassi-Polyeder und der Heawood-Graph	179
Kuratowskis Abschluss-Komplement-Satz	181
Hört man die Form einer Trommel?	183
Barker-Codes	186
Mathematische Spielereien	188
Experimente mit Integralen	189
8 Die Zahl Acht	193
Das Pizzatheorem	193
Wie man Karten mischt	194
Das Spiel des Lebens	195
Wiederholungen im Pascal'schen Dreieck	198
Der Sierpiński-Teppich	199
Quaternionen und Oktonionen	200
Der E_8 -Gipfel	204

9 Die Zahl Neun	207
Neun Punkte und Kollinearität	208
Die Neunerprobe	209
Primzahlen und Neunen	210
Ungerade vollkommene Zahlen	210
Primzahlzwillinge	211
Nahegelegene Primzahlen	211
Der 15-Satz	211
Wie man Kreise mit zwei Größen packt	213
Die Catalan'sche Vermutung	214
Die Heegner-Zahlen	215
10 Lösungen	219
Vier-Teile-Puzzle (4. Kapitel)	219
Das Huträtsel (4. Kapitel)	219
Kuratowskis Abschluss-Komplement-Satz (7. Kapitel)	220
Mathematische Spielereien (7. Kapitel)	220
Literatur	221
Sachverzeichnis	225