

---

Wolfgang Nolting

# Grundkurs Theoretische Physik 7

Viel-Teilchen-Theorie

8. Auflage

 **Springer** Spektrum

---

# Inhaltsverzeichnis

|          |                                            |           |
|----------|--------------------------------------------|-----------|
| <b>1</b> | <b>Die Zweite Quantisierung</b>            | <b>1</b>  |
| 1.1      | Identische Teilchen                        | 3         |
| 1.2      | „Kontinuierliche“ Fock-Darstellung         | 9         |
| 1.3      | „Diskrete“ Fock-Darstellung                | 21        |
| 1.4      | Aufgaben                                   | 28        |
|          | Kontrollfragen                             | 33        |
| <b>2</b> | <b>Viel-Teilchen-Modellsysteme</b>         | <b>35</b> |
| 2.1      | Kristallelektronen                         | 37        |
| 2.1.1    | Nicht wechselwirkende Bloch-Elektronen     | 37        |
| 2.1.2    | Jellium-Modell                             | 42        |
| 2.1.3    | Hubbard-Modell                             | 53        |
| 2.1.4    | Aufgaben                                   | 57        |
| 2.2      | Gitterschwingungen                         | 62        |
| 2.2.1    | Harmonische Näherung                       | 62        |
| 2.2.2    | Phononengas                                | 66        |
| 2.2.3    | Aufgaben                                   | 72        |
| 2.3      | Elektron-Phonon-Wechselwirkung             | 74        |
| 2.3.1    | Hamilton-Operator                          | 74        |
| 2.3.2    | Effektive Elektron-Elektron-Wechselwirkung | 78        |
| 2.3.3    | Aufgaben                                   | 82        |

|          |                                            |            |
|----------|--------------------------------------------|------------|
| 2.4      | Spinwellen                                 | 85         |
| 2.4.1    | Klassifikation der magnetischen Festkörper | 85         |
| 2.4.2    | Modellvorstellungen                        | 88         |
| 2.4.3    | Magnonen                                   | 91         |
| 2.4.4    | Spinwellennäherung                         | 96         |
| 2.4.5    | Aufgaben                                   | 97         |
|          | Kontrollfragen                             | 100        |
| <b>3</b> | <b>Green-Funktionen</b>                    | <b>105</b> |
| 3.1      | Vorbereitungen                             | 107        |
| 3.1.1    | Bilder                                     | 107        |
| 3.1.2    | Linear-Response-Theorie                    | 113        |
| 3.1.3    | Magnetische Suszeptibilität                | 117        |
| 3.1.4    | Elektrische Leitfähigkeit                  | 119        |
| 3.1.5    | Dielektrizitätsfunktion                    | 121        |
| 3.1.6    | Spektroskopien, Spektraldichte             | 124        |
| 3.1.7    | Aufgaben                                   | 129        |
| 3.2      | Zweizeitige Green-Funktionen               | 131        |
| 3.2.1    | Bewegungsgleichungen                       | 131        |
| 3.2.2    | Spektraldarstellungen                      | 136        |
| 3.2.3    | Spektraltheorem                            | 140        |
| 3.2.4    | Exakte Relationen                          | 143        |
| 3.2.5    | Kramers-Kronig-Relationen                  | 146        |
| 3.2.6    | Aufgaben                                   | 148        |
| 3.3      | Erste Anwendungen                          | 151        |
| 3.3.1    | Nicht wechselwirkende Bloch-Elektronen     | 151        |
| 3.3.2    | Freie Spinwellen                           | 157        |
| 3.3.3    | Das Zwei-Spin-Problem                      | 159        |
| 3.3.4    | Aufgaben                                   | 170        |

|       |                                                           |            |
|-------|-----------------------------------------------------------|------------|
| 3.4   | Das Quasiteilchenkonzept . . . . .                        | 173        |
| 3.4.1 | Ein-Elektronen-Green-Funktion . . . . .                   | 174        |
| 3.4.2 | Elektronische Selbstenergie . . . . .                     | 176        |
| 3.4.3 | Quasiteilchen . . . . .                                   | 181        |
| 3.4.4 | Quasiteilchenzustandsdichte . . . . .                     | 185        |
| 3.4.5 | Innere Energie . . . . .                                  | 188        |
| 3.4.6 | Aufgaben . . . . .                                        | 190        |
|       | Kontrollfragen . . . . .                                  | 191        |
| 4     | <b>Wechselwirkende Teilchensysteme . . . . .</b>          | <b>195</b> |
| 4.1   | Festkörperelektronen . . . . .                            | 197        |
| 4.1.1 | Der Grenzfall des unendlich schmalen Bandes . . . . .     | 197        |
| 4.1.2 | Hartree-Fock-Näherung . . . . .                           | 200        |
| 4.1.3 | Elektronenkorrelationen . . . . .                         | 205        |
| 4.1.4 | Interpolationsmethode . . . . .                           | 209        |
| 4.1.5 | Momentenmethode . . . . .                                 | 210        |
| 4.1.6 | Das exakt halbgefüllte Band . . . . .                     | 219        |
| 4.1.7 | Aufgaben . . . . .                                        | 223        |
| 4.2   | Kollektive elektronische Anregungen . . . . .             | 227        |
| 4.2.1 | Ladungsabschirmung (Thomas-Fermi-Näherung) . . . . .      | 227        |
| 4.2.2 | Ladungsdichtewellen, Plasmonen . . . . .                  | 232        |
| 4.2.3 | Spindichtewellen, Magnonen . . . . .                      | 240        |
| 4.2.4 | Aufgaben . . . . .                                        | 243        |
| 4.3   | Elementaranregungen in ungeordneten Legierungen . . . . . | 247        |
| 4.3.1 | Problemstellung . . . . .                                 | 247        |
| 4.3.2 | Methode des effektiven Mediums . . . . .                  | 250        |
| 4.3.3 | Coherent Potential Approximation . . . . .                | 252        |
| 4.3.4 | Diagrammatische Methoden . . . . .                        | 256        |
| 4.3.5 | Anwendungen . . . . .                                     | 266        |

|       |                                                            |     |
|-------|------------------------------------------------------------|-----|
| 4.4   | Spinsysteme . . . . .                                      | 267 |
| 4.4.1 | Tyablikow-Näherung . . . . .                               | 267 |
| 4.4.2 | „Renormierte“ Spinwellen . . . . .                         | 274 |
| 4.4.3 | Aufgaben . . . . .                                         | 279 |
| 4.5   | Elektron-Magnon-Wechselwirkung . . . . .                   | 280 |
| 4.5.1 | Magnetische $4f$ -Systeme ( $s$ - $f$ -Modell) . . . . .   | 281 |
| 4.5.2 | Das unendlich schmale Band . . . . .                       | 283 |
| 4.5.3 | Legierungsanalogie . . . . .                               | 288 |
| 4.5.4 | Das magnetische Polaron . . . . .                          | 289 |
| 4.5.5 | Aufgaben . . . . .                                         | 299 |
|       | Kontrollfragen . . . . .                                   | 300 |
| 5     | <b>Störungstheorie (<math>T = 0</math>)</b> . . . . .      | 305 |
| 5.1   | Kausale Green-Funktion . . . . .                           | 307 |
| 5.1.1 | „Konventionelle“ zeitunabhängige Störungstheorie . . . . . | 307 |
| 5.1.2 | „Adiabatisches Einschalten“ der Wechselwirkung . . . . .   | 311 |
| 5.1.3 | Kausale Green-Funktion . . . . .                           | 317 |
| 5.1.4 | Aufgaben . . . . .                                         | 320 |
| 5.2   | Das Wick'sche Theorem . . . . .                            | 322 |
| 5.2.1 | Das Normalprodukt . . . . .                                | 322 |
| 5.2.2 | Der Wick'sche Satz . . . . .                               | 325 |
| 5.2.3 | Aufgaben . . . . .                                         | 331 |
| 5.3   | Feynman-Diagramme . . . . .                                | 331 |
| 5.3.1 | Störungsentwicklung für die Vakuumamplitude . . . . .      | 332 |
| 5.3.2 | Linked-Cluster-Theorem . . . . .                           | 341 |
| 5.3.3 | Hauptsatz von den zusammenhängenden Diagrammen . . . . .   | 346 |
| 5.3.4 | Aufgaben . . . . .                                         | 348 |
| 5.4   | Ein-Teilchen-Green-Funktion . . . . .                      | 349 |
| 5.4.1 | Diagrammatische Störreihe . . . . .                        | 349 |

|       |                                                           |     |
|-------|-----------------------------------------------------------|-----|
| 5.4.2 | Dyson-Gleichung                                           | 356 |
| 5.4.3 | Aufgaben                                                  | 360 |
| 5.5   | Grundzustandsenergie des Elektronengases (Jellium-Modell) | 361 |
| 5.5.1 | Störungstheorie erster Ordnung                            | 361 |
| 5.5.2 | Störungstheorie zweiter Ordnung                           | 364 |
| 5.5.3 | Korrelationsenergie                                       | 369 |
| 5.6   | Diagrammatische Partialsummen                             | 380 |
| 5.6.1 | Polarisationspropagator                                   | 380 |
| 5.6.2 | Effektive Wechselwirkung                                  | 387 |
| 5.6.3 | Vertexfunktion                                            | 392 |
| 5.6.4 | Aufgaben                                                  | 395 |
|       | Kontrollfragen                                            | 396 |
| 6     | <b>Störungstheorie bei endlichen Temperaturen</b>         | 401 |
| 6.1   | Matsubara-Methode                                         | 403 |
| 6.1.1 | Matsubara-Funktionen                                      | 403 |
| 6.1.2 | Großkanonische Zustandssumme                              | 409 |
| 6.1.3 | Ein-Teilchen-Matsubara-Funktion                           | 412 |
| 6.1.4 | Aufgaben                                                  | 416 |
| 6.2   | Diagrammatische Störungstheorie                           | 417 |
| 6.2.1 | Das Wick'sche Theorem                                     | 417 |
| 6.2.2 | Diagrammanalyse der großkanonischen Zustandssumme         | 421 |
| 6.2.3 | Ringdiagramme                                             | 428 |
| 6.2.4 | Ein-Teilchen-Matsubara-Funktion                           | 431 |
| 6.2.5 | Dyson-Gleichung, Skelett-Diagramme                        | 436 |
| 6.2.6 | Hartree-Fock-Näherung                                     | 440 |
| 6.2.7 | „Störungstheorie“ zweiter Ordnung                         | 442 |
| 6.2.8 | Hubbard-Modell                                            | 445 |
| 6.2.9 | Jellium-Modell                                            | 446 |

- 6.2.10 Imaginärteil der Selbstenergie im Niederenergiebereich . . . . . 448
- 6.2.11 Quasiteilchen, Fermi-Flüssigkeit . . . . . 451
- 6.2.12 Aufgaben . . . . . 458
- 6.3 Mehr-Teilchen-Matsubara-Funktionen . . . . . 461
  - 6.3.1 Dichtekorrelation . . . . . 461
  - 6.3.2 Polarisationspropagator . . . . . 468
  - 6.3.3 Effektive Wechselwirkung . . . . . 472
  - 6.3.4 Vertexfunktion . . . . . 476
  - 6.3.5 Transversale Spinsuszeptibilität . . . . . 480
  - 6.3.6 Aufgaben . . . . . 483
- Kontrollfragen . . . . . 484
- Lösungen der Übungsaufgaben . . . . . 487**
- Sachverzeichnis . . . . . 665**