

Jan Peter Gehrke

# Übungen zum Brückenkurs Mathematik

---

2., überarbeitete und erweiterte Auflage

**DE GRUYTER**  
OLDENBOURG

---

# Inhaltsverzeichnis

---

<b>Vorwort</b>	<b>xiii</b>
<b>A Zu Kapitel II: Lineare Funktionen</b>	<b>1</b>
A.1 Aufgaben zu Kapitel II.2 . . . . .	1
A.2 Aufgaben zu Kapitel II.3 . . . . .	3
A.3 Aufgaben zu Kapitel II.4 . . . . .	4
A.4 Aufgaben zu Kapitel II.5.2 . . . . .	4
A.5 Aufgaben zu Kapitel II.5.3 . . . . .	4
A.6 Ergebnisse zu Kapitel II . . . . .	6
A.6.1 Ergebnisse zu Kapitel II.2 . . . . .	6
A.6.2 Ergebnisse zu Kapitel II.3 . . . . .	7
A.6.3 Ergebnisse zu Kapitel II.4 . . . . .	7
A.6.4 Ergebnisse zu Kapitel II.5.2 . . . . .	7
A.6.5 Ergebnisse zu Kapitel II.5.3 . . . . .	8
A.7 Lösungswege zu Kapitel II . . . . .	9
A.7.1 Lösungswege zu Kapitel II.2 . . . . .	9
A.7.2 Lösungswege zu Kapitel II.3 . . . . .	13
A.7.3 Lösungswege zu Kapitel II.4 . . . . .	14
A.7.4 Lösungswege zu Kapitel II.5.2 . . . . .	16
A.7.5 Lösungswege zu Kapitel II.5.3 . . . . .	19
<b>B Zu Kapitel III: Quadratische Funktionen</b>	<b>23</b>
B.1 Aufgaben zu Kapitel III.3 . . . . .	23
B.2 Aufgaben zu Kapitel III.5 . . . . .	25
B.3 Ergebnisse zu Kapitel III . . . . .	26
B.3.1 Ergebnisse zu Kapitel III.3 . . . . .	26
B.3.2 Ergebnisse zu Kapitel III.5 . . . . .	27
B.4 Lösungswege zu Kapitel III . . . . .	28
B.4.1 Lösungswege zu Kapitel III.3 . . . . .	28
B.4.2 Lösungswege zu Kapitel III.5 . . . . .	37
<b>C Zu Kapitel IV: Grundlagen Potenzfunktionen</b>	<b>39</b>
C.1 Aufgaben zu Kapitel IV.1.1 . . . . .	39
C.2 Aufgaben zu Kapitel IV.1.2 . . . . .	39
C.3 Aufgaben zu Kapitel IV.2.7 . . . . .	40

C.4	Aufgaben zu Kapitel IV.2.8 . . . . .	42
C.5	Aufgaben zu Kapitel IV.3 . . . . .	42
C.6	Aufgaben zu Kapitel IV.4 . . . . .	43
C.7	Ergebnisse zu Kapitel IV . . . . .	44
C.7.1	Ergebnisse zu Kapitel IV.1.1 . . . . .	44
C.7.2	Ergebnisse zu Kapitel IV.1.2 . . . . .	44
C.7.3	Ergebnisse zu Kapitel IV.2.7 . . . . .	44
C.7.4	Ergebnisse zu Kapitel IV.2.8 . . . . .	45
C.7.5	Ergebnisse zu Kapitel IV.3 . . . . .	46
C.7.6	Ergebnisse zu Kapitel IV.4 . . . . .	46
C.8	Lösungswege zu Kapitel IV . . . . .	47
C.8.1	Lösungswege zu Kapitel IV.1.1 . . . . .	47
C.8.2	Lösungswege zu Kapitel IV.1.2 . . . . .	48
C.8.3	Lösungswege zu Kapitel IV.2.7 . . . . .	52
C.8.4	Lösungswege zu Kapitel IV.2.8 . . . . .	55
C.8.5	Lösungswege zu Kapitel IV.3 . . . . .	57
C.8.6	Lösungswege zu Kapitel IV.4 . . . . .	58
<b>D</b>	<b>Zu Kapitel V: Ganzrationale Funktionen – Eine Einführung</b>	<b>63</b>
D.1	Aufgaben zu Kapitel V.3 . . . . .	63
D.2	Aufgaben zu Kapitel V.4.2 . . . . .	64
D.3	Aufgaben zu Kapitel V.4.3 . . . . .	65
D.4	Aufgaben zu Kapitel V.5.2 . . . . .	67
D.5	Aufgaben zu Kapitel V.7.4 . . . . .	67
D.6	Ergebnisse zu Kapitel V . . . . .	68
D.6.1	Ergebnisse zu Kapitel V.3 . . . . .	68
D.6.2	Ergebnisse zu Kapitel V.4.2 . . . . .	69
D.6.3	Ergebnisse zu Kapitel V.4.3 . . . . .	69
D.6.4	Ergebnisse zu Kapitel V.5.2 . . . . .	70
D.6.5	Ergebnisse zu Kapitel V.7.4 . . . . .	71
D.7	Lösungswege zu Kapitel V . . . . .	72
D.7.1	Lösungswege zu Kapitel V.3 . . . . .	72
D.7.2	Lösungswege zu Kapitel V.4.2 . . . . .	73
D.7.3	Lösungswege zu Kapitel V.4.3 . . . . .	74
D.7.4	Lösungswege zu Kapitel V.5.2 . . . . .	79
D.7.5	Lösungswege zu Kapitel V.7.4 . . . . .	80
<b>E</b>	<b>Zu Kapitel VI: Die vollständige Induktion und (ihre) Folgen</b>	<b>87</b>
E.1	Aufgaben zu Kapitel VI.4.2 . . . . .	87
E.2	Aufgaben zu Kapitel VI.5.2 . . . . .	88
E.3	Aufgaben zu Kapitel VI.5.3 . . . . .	88
E.4	Aufgaben zu Kapitel VI.6.5 . . . . .	90
E.5	Ergebnisse zu Kapitel VI . . . . .	91
E.5.1	Ergebnisse zu Kapitel VI.4.2 . . . . .	91

E.5.2	Ergebnisse zu Kapitel VI.5.2 . . . . .	92
E.5.3	Ergebnisse zu Kapitel VI.5.3 . . . . .	92
E.5.4	Ergebnisse zu Kapitel VI.6.5 . . . . .	93
E.6	Lösungswege zu Kapitel VI . . . . .	93
E.6.1	Lösungswege zu Kapitel VI.4.2 . . . . .	93
E.6.2	Lösungswege zu Kapitel VI.5.2 . . . . .	96
E.6.3	Lösungswege zu Kapitel VI.5.3 . . . . .	99
E.6.4	Lösungswege zu Kapitel VI.6.5 . . . . .	105
<b>F</b>	<b>Zu Kapitel VII: Einführung in die Differentialrechnung</b>	<b>109</b>
F.1	Aufgaben zu Kapitel VII.1 . . . . .	109
F.2	Aufgaben zu Kapitel VII.3.5 . . . . .	110
F.3	Aufgaben zu Kapitel VII.4.3 . . . . .	110
F.4	Aufgaben zu Kapitel VII.5.2 . . . . .	115
F.5	Aufgaben zu Kapitel VII.6 . . . . .	116
F.6	Ergebnisse zu Kapitel VII . . . . .	117
F.6.1	Ergebnisse zu Kapitel VII.1 . . . . .	117
F.6.2	Ergebnisse zu Kapitel VII.3.5 . . . . .	118
F.6.3	Ergebnisse zu Kapitel VII.4.3 . . . . .	118
F.6.4	Ergebnisse zu Kapitel VII.5.2 . . . . .	119
F.6.5	Ergebnisse zu Kapitel VII.6 . . . . .	120
F.7	Lösungswege zu Kapitel VII . . . . .	122
F.7.1	Lösungswege zu Kapitel VII.1 . . . . .	122
F.7.2	Lösungswege zu Kapitel VII.3.5 . . . . .	128
F.7.3	Lösungswege zu Kapitel VII.4.3 . . . . .	130
F.7.4	Lösungswege zu Kapitel VII.5.2 . . . . .	142
F.7.5	Lösungswege zu Kapitel VII.6 . . . . .	143
<b>G</b>	<b>Zu Kapitel VIII: Über das Lösen linearer Gleichungssysteme</b>	<b>151</b>
G.1	Aufgaben zu Kapitel VIII.1.4 . . . . .	151
G.2	Aufgaben zu Kapitel VIII.2.1 . . . . .	152
G.3	Aufgaben zu Kapitel VIII.3 . . . . .	153
G.4	Ergebnisse zu Kapitel VIII . . . . .	154
G.4.1	Ergebnisse zu Kapitel VIII.1.4 . . . . .	154
G.4.2	Ergebnisse zu Kapitel VIII.2.1 . . . . .	155
G.4.3	Ergebnisse zu Kapitel VIII.3 . . . . .	155
G.5	Lösungswege zu Kapitel VIII . . . . .	156
G.5.1	Lösungswege zu Kapitel VIII.1.4 . . . . .	156
G.5.2	Lösungswege zu Kapitel VIII.2.1 . . . . .	159
G.5.3	Lösungswege zu Kapitel VIII.3 . . . . .	161
<b>H</b>	<b>Zu Kapitel IX: Gebrochenrationale Funktionen</b>	<b>167</b>
H.1	Aufgaben zu Kapitel IX.1 . . . . .	167
H.2	Aufgaben zu Kapitel IX.4 . . . . .	170

H.3	Ergebnisse zu Kapitel IX . . . . .	172
H.3.1	Ergebnisse zu Kapitel IX.1 . . . . .	172
H.3.2	Ergebnisse zu Kapitel IX.4 . . . . .	173
H.4	Lösungswege zu Kapitel IX . . . . .	174
H.4.1	Lösungswege zu Kapitel IX.1 . . . . .	174
H.4.2	Lösungswege zu Kapitel IX.4 . . . . .	178
<b>I</b>	<b>Zu Kapitel X: Trigonometrische Funktionen</b>	<b>185</b>
I.1	Aufgaben zu Kapitel X.1.8 . . . . .	185
I.2	Aufgaben zu Kapitel X.3 . . . . .	185
I.3	Ergebnisse zu Kapitel X . . . . .	187
I.3.1	Ergebnisse zu Kapitel X.1.8 . . . . .	187
I.3.2	Ergebnisse zu Kapitel X.3 . . . . .	188
I.4	Lösungswege zu Kapitel X . . . . .	189
I.4.1	Lösungswege zu Kapitel X.1.8 . . . . .	189
I.4.2	Lösungswege zu Kapitel X.3 . . . . .	190
<b>J</b>	<b>Zu Kapitel XI: Exponentialfunktionen</b>	<b>195</b>
J.1	Aufgaben zu Kapitel XI.2 . . . . .	195
J.2	Aufgaben zu Kapitel XI.3.1 . . . . .	197
J.3	Aufgaben zu Kapitel XI.3.2 . . . . .	198
J.4	Aufgaben zu Kapitel XI.3.4 . . . . .	199
J.5	Aufgaben zu Kapitel XI.4 . . . . .	202
J.6	Ergebnisse zu Kapitel XI . . . . .	202
J.6.1	Ergebnisse zu Kapitel XI.2 . . . . .	202
J.6.2	Ergebnisse zu Kapitel XI.3.1 . . . . .	203
J.6.3	Ergebnisse zu Kapitel XI.3.2 . . . . .	203
J.6.4	Ergebnisse zu Kapitel XI.3.4 . . . . .	204
J.6.5	Ergebnisse zu Kapitel XI.4 . . . . .	205
J.7	Lösungswege zu Kapitel XI . . . . .	205
J.7.1	Lösungswege zu Kapitel XI.2 . . . . .	205
J.7.2	Lösungswege zu Kapitel XI.3.1 . . . . .	210
J.7.3	Lösungswege zu Kapitel XI.3.2 . . . . .	214
J.7.4	Lösungswege zu Kapitel XI.3.4 . . . . .	219
J.7.5	Lösungswege zu Kapitel XI.4 . . . . .	226
<b>K</b>	<b>Zu Kapitel XII: Die Ableitung der Umkehrfunktion</b>	<b>229</b>
K.1	Aufgaben zu Kapitel XII.1 . . . . .	229
K.2	Aufgaben zu Kapitel XII.2.1 . . . . .	230
K.3	Aufgaben zu Kapitel XII.2.2 . . . . .	230
K.4	Ergebnisse zu Kapitel XII . . . . .	231
K.4.1	Ergebnisse zu Kapitel XII.1 . . . . .	231
K.4.2	Ergebnisse zu Kapitel XII.2.1 . . . . .	231
K.4.3	Ergebnisse zu Kapitel XII.2.2 . . . . .	232

K.5	Lösungswege zu Kapitel XII . . . . .	232
K.5.1	Lösungswege zu Kapitel XII.1 . . . . .	232
K.5.2	Lösungswege zu Kapitel XII.2.1 . . . . .	235
K.5.3	Lösungswege zu Kapitel XII.2.2 . . . . .	235
<b>L</b>	<b>Zu Kapitel XIII: Integralrechnung</b>	<b>237</b>
L.1	Aufgaben zu Kapitel XIII.1 . . . . .	237
L.2	Aufgaben zu Kapitel XIII.3.1 . . . . .	237
L.3	Aufgaben zu Kapitel XIII.3.3 . . . . .	237
L.4	Aufgaben zu Kapitel XIII.4 . . . . .	238
L.5	Aufgaben zu Kapitel XIII.5 . . . . .	243
L.6	Ergebnisse zu Kapitel XIII . . . . .	244
L.6.1	Ergebnisse zu Kapitel XIII.1 . . . . .	244
L.6.2	Ergebnisse zu Kapitel XIII.3.1 . . . . .	244
L.6.3	Ergebnisse zu Kapitel XIII.3.3 . . . . .	244
L.6.4	Ergebnisse zu Kapitel XIII.4 . . . . .	245
L.6.5	Ergebnisse zu Kapitel XIII.5 . . . . .	246
L.7	Lösungswege zu Kapitel XIII . . . . .	247
L.7.1	Lösungswege zu Kapitel XIII.1 . . . . .	247
L.7.2	Lösungswege zu Kapitel XIII.3.1 . . . . .	250
L.7.3	Lösungswege zu Kapitel XIII.3.3 . . . . .	252
L.7.4	Lösungswege zu Kapitel XIII.4 . . . . .	256
L.7.5	Lösungswege zu Kapitel XIII.5 . . . . .	267
<b>M</b>	<b>Zu Kapitel XIV: Beweise mit Vektoren führen</b>	<b>269</b>
M.1	Aufgaben zu Kapitel XIV.5 . . . . .	269
M.2	Ergebnisse zu Kapitel XIV . . . . .	270
M.2.1	Ergebnisse zu Kapitel XIV.5 . . . . .	270
M.3	Lösungswege zu Kapitel XIV . . . . .	270
M.3.1	Lösungswege zu Kapitel XIV.5 . . . . .	270
<b>N</b>	<b>Zu Kapitel XV: Analytische Geometrie</b>	<b>275</b>
N.1	Aufgaben zu Kapitel XV.8 . . . . .	275
N.2	Ergebnisse zu Kapitel XV . . . . .	283
N.2.1	Ergebnisse zu Kapitel XV.8 . . . . .	283
N.3	Lösungswege zu Kapitel XV . . . . .	287
N.3.1	Lösungswege zu Kapitel XV.8 . . . . .	287
<b>O</b>	<b>Zu Kapitel XVI: Ein wenig Numerik</b>	<b>319</b>
O.1	Aufgaben zu Kapitel XVI.3 . . . . .	319
O.2	Ergebnisse zu Kapitel XVI . . . . .	319
O.2.1	Ergebnisse zu Kapitel XVI.3 . . . . .	319
O.3	Lösungswege zu Kapitel XVI . . . . .	320
O.3.1	Lösungswege zu Kapitel XVI.3 . . . . .	320

<b>P</b>	<b>Zu Kapitel XVII: Komplexe Zahlen</b>	<b>323</b>
P.1	Aufgaben zu Kapitel XVII.3 . . . . .	323
P.2	Aufgaben zu Kapitel XVII.7 . . . . .	324
P.3	Aufgaben zu Kapitel XVII.8 . . . . .	325
P.4	Ergebnisse zu Kapitel XVII . . . . .	325
P.4.1	Ergebnisse zu Kapitel XVII.3 . . . . .	325
P.4.2	Ergebnisse zu Kapitel XVII.7 . . . . .	326
P.4.3	Ergebnisse zu Kapitel XVII.8 . . . . .	327
P.5	Lösungswege zu Kapitel XVII . . . . .	328
P.5.1	Lösungswege zu Kapitel XVII.3 . . . . .	328
P.5.2	Lösungswege zu Kapitel XVII.7 . . . . .	330
P.5.3	Lösungswege zu Kapitel XVII.8 . . . . .	333
<b>Q</b>	<b>Zu Anhang A: Die Strahlensätze</b>	<b>335</b>
Q.1	Aufgaben zu Anhang A.4 . . . . .	335
Q.2	Ergebnisse zu Anhang A . . . . .	337
Q.2.1	Ergebnisse zu Anhang A.4 . . . . .	337
Q.3	Lösungswege zu Anhang A . . . . .	338
Q.3.1	Lösungswege zu Anhang A.4 . . . . .	338