

---

Detlef Dürr • Anne Froemel • Martin Kolb

# Einführung in die Wahrscheinlichkeitstheorie als Theorie der Typizität

Mit einer Analyse des Zufalls  
in Thermodynamik und  
Quantenmechanik

 Springer Spektrum

---

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b> .....	1
1.1	Leitlinien .....	2
1.2	Mathematische Behandlung .....	3
1.3	Typizität und Physik .....	7
<b>2</b>	<b>Jedermanns-Wahrscheinlichkeit</b> .....	9
2.1	Laplace-Wahrscheinlichkeit .....	9
2.2	Urnenmodelle und Kombinatorik .....	13
2.2.1	$m$ -Tupel .....	13
2.2.2	$m$ -Variationen .....	15
2.2.3	$m$ -elementige Teilmengen .....	16
2.2.4	$m$ -Kombinationen mit Wiederholungen .....	18
2.2.5	Anmerkungen .....	19
2.2.6	Der Binomialkoeffizient .....	20
2.3	Elementarereignisse – ein schwieriges Konzept .....	24
2.4	Bedingte Wahrscheinlichkeit .....	27
2.5	Unabhängigkeit .....	28
2.5.1	Jedermanns-Unabhängigkeit .....	28
2.5.2	Unabhängigkeit – ein schwieriges Konzept .....	32
<b>3</b>	<b>Typizität</b> .....	35
3.1	Das Gesetz vom Mittel und das $\sqrt{n}$ -Gesetz .....	35
3.1.1	0-1-Folgen .....	36
3.1.2	Empirik .....	41
3.1.3	Bisherige Erkenntnisse .....	43
3.2	Anhang .....	44
<b>4</b>	<b>Elementare Ereignisse, Vergrößerungen, Inhalt und ein Wörterbuch</b> .....	51
4.1	Elementare Ereignisse .....	51
4.2	Vergrößerungen und Inhalt .....	52
4.2.1	Inhalt .....	54
4.2.2	Unabhängigkeit .....	55
4.2.3	Eine instruktive Rechnung .....	57

4.3	Wörterbuch	59
4.4	Von der elementaren Ebene zur Empirik	62
4.5	Determinismus und Zufall	66
4.6	Beispiel: Das Galton-Brett	72
<b>5</b>	<b>Der Lebesguesche Inhalt</b>	<b>81</b>
5.1	Das Lebesguesche Maß	84
5.2	Das Lebesguesche Maßintegral	94
5.2.1	Konvergenzsätze	98
5.2.2	Anwendung: Normalzahlen	99
5.3	Anhang	103
<b>6</b>	<b>Die Kolmogorov-Axiome</b>	<b>107</b>
6.1	Verallgemeinerung des Wörterbuchs	108
6.2	Axiome	111
6.3	Zufallsvektoren und Prozesse	112
6.4	Anhang	116
<b>7</b>	<b>Empirische Größen und theoretische Voraussagen</b>	<b>117</b>
7.1	Der Erwartungswert	120
7.2	Verteilung	124
7.3	Die Varianz	126
7.4	Die erzeugende Funktion	129
7.5	Die charakteristische Funktion	130
<b>8</b>	<b>Das Gesetz der großen Zahlen</b>	<b>135</b>
<b>9</b>	<b>Der zentrale Grenzwertsatz</b>	<b>143</b>
9.1	Zur Anwendung des zentralen Grenzwertsatzes	151
9.2	Fehlerrechnung	154
<b>10</b>	<b>Die Binomialverteilung und ihre Approximationen</b>	<b>157</b>
10.1	Die Binomialverteilung	157
10.1.1	Approximation nach de Moivre und Laplace	161
10.1.2	Approximation: Die Poisson-Verteilung	162
10.2	Der Poisson-Prozess	165
10.2.1	Exponentielle Wartezeit	167
10.2.2	Beispiel: Das ideale Gas	169
<b>11</b>	<b>Brownsche Bewegung</b>	<b>181</b>
11.1	Der Brownsche Prozess	191
11.2	Wärmeleitungsgleichung	195
11.3	Der Markovsche Prozess	196
11.4	Anhang	198
<b>12</b>	<b>Hamiltonsche Mechanik und Typizität</b>	<b>201</b>
12.1	Dynamische Systeme und Stationarität	201
12.2	Newtonsche Mechanik	202
12.3	Hamiltonsche Formulierung	203

---

12.4	Kontinuitätsgleichung und Typizitätsmaß .....	204
12.5	Statistische Hypothese und ihre Begründung .....	209
<b>13</b>	<b>Irreversibilität und Entropie</b> .....	<b>215</b>
13.1	Irreversible Phänomene .....	215
13.2	Die Kritik an der reinen Vernunft .....	222
13.3	Das Problem der Irreversibilität .....	226
13.4	Anhang .....	229
<b>14</b>	<b>Quantenmechanik und Typizität</b> .....	<b>235</b>
14.1	Orthodoxe Quantentheorie .....	236
14.2	Bohmsche Mechanik .....	238
14.3	Typizitätsanalyse .....	244
14.4	Heisenbergsche Unschärfe .....	253
14.5	Exponentieller Zerfall .....	258
14.6	Bellsche Ungleichung .....	261
	<b>Stichwortverzeichnis</b> .....	<b>267</b>