

---

Boris Girnat

# Individuelle Curricula über den Geometrieunterricht

Eine Analyse von Lehrervorstellungen  
in den beiden Sekundarstufen

 Springer Spektrum

# Inhaltsverzeichnis

<b>1. Übersicht über die Arbeit</b>	<b>1</b>
1.1. Methodologischer Hintergrund	1
1.2. Mathematikdidaktischer Hintergrund und Vorbereitung der Studie	3
1.3. Planung, Durchführung und Dokumentation der Studie	4
1.4. Ergebnisse zur Elementargeometrie	4
1.5. Ergebnisse zur analytischen Geometrie	5
1.6. Gesamtübersicht über die Forschungsergebnisse	6
<b>2. Individuelle Curricula</b>	<b>7</b>
2.1. Studien über Lehreransichten zum Geometrieunterricht	7
2.1.1. Studien im deutschsprachigen Raum bis 2007	7
2.1.2. Die internationale Perspektive: Beliefsforschung	9
2.2. Individuelle Curricula	9
2.3. Die Rolle des Lehrers: eine zweifache Perspektive	13
2.3.1. Der Lehrer als Gestalter des Unterrichts	13
2.3.2. Der Lehrer als Forschungspartner	17
2.4. Besonderheiten der Situation in Deutschland	18
2.5. Der Begriff des Curriculums	20
2.6. Die Ziel-Mittel-Argumentation	23
2.6.1. Rationale Diskussionen über Bildungsziele	25
2.6.2. Ordnung – aber wie weit?	26
2.6.3. Behavioristische Lerntheorien	28
2.7. Vom curricularen Begründen zum curricularen Handeln	30
2.7.1. Grenzen der Ziel-Mittel-Argumentation	30
2.7.2. Curriculares Handeln	31
2.7.3. Handlungstheoretische Grundlagen	32
2.7.4. Entscheidungstheoretische Grundmodelle	36
2.7.5. Pragmatische Relativierungen	39
2.7.6. Mittlere Ziele, Nebenfolgen und Widersprüche	42
2.7.7. Begriffliche Aspekte	45
2.7.8. Normative Letztbegründung	46
2.8. Begriffsfestlegungen, Hypothesen und Forschungsfragen	47

<b>3. Einordnung in die Beliefsforschung</b>	<b>51</b>
3.1. Grundzüge des Beliefsbegriffes . . . . .	52
3.2. Anschluss an empirische Ergebnisse der Beliefsforschung . . . . .	59
3.3. Einordnung in den propositionalen Zweig der Beliefsforschung . . . . .	64
<b>4. Qualitativ-interpretativer Zugang zu individuellen Curricula</b>	<b>65</b>
4.1. Qualitativ oder quantitativ? . . . . .	65
4.2. Grundzüge quantitativer Forschung . . . . .	67
4.2.1. Erklärungen als Ziel der Wissenschaft . . . . .	68
4.2.2. Methodengeleitete Wissenschaft . . . . .	77
4.2.3. Besonderheiten der Humanwissenschaften . . . . .	81
4.3. Von der Kritik quantitativer Methoden zur qualitativen Forschung . . . . .	83
4.3.1. Kritik am Vorrang der Methode . . . . .	83
4.3.2. Verstehensorientierte Forschung . . . . .	86
4.3.3. Der Begriff des Verstehens . . . . .	87
4.3.4. Interpretatives Vorverständnis . . . . .	92
4.3.5. Gegenstandsangemessenheit . . . . .	93
4.3.6. Ein Beispiel aus der Mathematikdidaktik . . . . .	95
4.4. Zur qualitativen Methode dieser Arbeit . . . . .	97
4.4.1. Qualitative Methode für individuelle Curricula . . . . .	97
4.4.2. Gütekriterien qualitativer Forschung . . . . .	99
4.4.3. Theoriebildung und Auswahl der Datenquellen . . . . .	100
4.4.4. Typenbildung . . . . .	101
4.4.5. Jenseits der Typenbildung . . . . .	104
<b>5. Das Forschungsprogramm subjektive Theorien</b>	<b>105</b>
5.1. Grundgedanken und historische Entwicklung . . . . .	106
5.2. Menschenbildannahmen und epistemologische Konsequenzen . . . . .	108
5.3. Subjektive Theorien . . . . .	112
5.3.1. Subjektive Theorien im weiteren Sinne . . . . .	112
5.3.2. Subjektive Theorien im engeren Sinne . . . . .	113
5.4. Rekonstruktionsadäquanz: Dialog-Konsens-Methoden . . . . .	116
5.4.1. Voraussetzungen für Rekonstruktionsadäquanz . . . . .	117
5.4.2. Falsifikationistische Ergänzung: Realitätsadäquanz . . . . .	119
5.4.3. Leitfadeninterviews . . . . .	119
5.4.4. Dialog-Konsens für Ziel-Mittel-Argumentationen . . . . .	123
5.4.5. Gütekriterien einer Dialog-Konsens-Rekonstruktion . . . . .	129
5.5. Von Fallstudien zu subjektiven Theorien . . . . .	131
5.6. Transkriptionsregeln . . . . .	132

<b>6. Allgemeine Bildungsziele</b>	<b>135</b>
6.1. Entwicklungslinien der Bildungsdebatte	136
6.2. Ausgangspunkt neue Mathematik	137
6.3. Fluchtpunkt Allgemeinbildung	140
6.3.1. Allgemeine verhaltensbezogene Ziele	142
6.3.2. Der Inhaltsaspekt: Leitideen bzw. fundamentale Ideen	145
6.3.3. Ein Vorschlag zur Neustrukturierung der Curricula- debatte	147
6.4. Wendepunkt Bildungsstandards: eine Neuordnung der Curricula- debatte	149
6.4.1. Ergebnisorientierung	150
6.4.2. Kompetenzorientierung	152
6.4.3. Leitideen bzw. Kerninhalte	158
6.4.4. Niveaustufen	159
6.5. Vorläufiger Endpunkt: Kritik und Würdigung	160
6.5.1. Grundlegende Kritik am Gesamtkonzept	161
6.5.2. Kritik an Einzelfragen	165
6.6. Ausblick auf die Studie	167
<b>7. Elementargeometrie in der Sekundarstufe I</b>	<b>169</b>
7.1. Ausgewählte Stationen der Geometriegeschichte	170
7.1.1. Antike: von der Landvermessung zur axiomatischen Wis- senschaft	171
7.1.2. Kants transzendentaler Idealismus	177
7.1.3. Kleins Erlanger Programm	179
7.1.4. Hilberts Formalismus	181
7.1.5. Die Wahrheitsfrage in deskriptiven und relationalen Geo- metrien	184
7.1.6. Geometrie in den modernen Naturwissenschaften	186
7.1.7. Reflexionen	195
7.2. Geometriedidaktik: ontologische und erkenntnistheoretische Fragen	197
7.2.1. Geometrische Paradigmen und Arbeitsbereiche	198
7.2.2. Kritik an der Theorie geometrischer Paradigmen und Ar- beitsbereiche	203
7.2.3. Rationalistisches und idealistisches Figurenkonzept	210
7.2.4. Ein Vorschlag zur Klassifikation geometrischer Paradigmen	214
7.3. Schüler- und Lehrergeometrie: ein Spannungsverhältnis	220
7.4. Entwicklungslinien der Geometriedidaktik	229
7.4.1. Entwicklungslinien traditioneller Geometrie curricula	231
7.4.2. Neue Mathematik	234

7.4.3.	Probleme der neuen Mathematik . . . . .	237
7.4.4.	Von der Allgemeinbildung zu den Bildungsstandards . . .	240
7.4.5.	Multiperspektivität im Inhaltsaspekt? . . . . .	243
7.5.	Kompetenzen im Geometrieunterricht . . . . .	250
7.5.1.	Argumentieren, Beweisen und Axiomatisieren . . . . .	251
7.5.2.	Problemlösen . . . . .	258
7.5.3.	Konstruieren . . . . .	267
7.5.4.	Begriffsbilden und Definieren . . . . .	274
7.5.5.	Anwenden, Mathematisieren und Modellieren . . . . .	277
7.5.6.	Darstellen, Kommunizieren und formale Aspekte . . . . .	291
7.6.	Dynamische Geometriesysteme . . . . .	292
7.7.	Mangel an neueren Studien zum Geometrieunterricht . . . . .	297
<b>8.</b>	<b>Analytische Geometrie und lineare Algebra in der Sekundarstufe II</b>	<b>299</b>
8.1.	Historische Bezugspunkte der analytischen Geometrie und der linearen Algebra . . . . .	300
8.1.1.	Kartesische Koordinatengeometrie . . . . .	301
8.1.2.	Lineare Gleichungssysteme und Determinanten . . . . .	304
8.1.3.	Zahlentheorie . . . . .	304
8.1.4.	Geometrische Kalküle . . . . .	305
8.1.5.	Axiomatische Vektorraumtheorie . . . . .	306
8.1.6.	Idealtypische Zugänge zum Vektorbegriff . . . . .	308
8.1.7.	Angewandte lineare Algebra . . . . .	311
8.2.	Lineare Algebra und analytische Geometrie im Mathematikunter- richt . . . . .	312
8.3.	Historische Entwicklungen der Oberstufengeometrie . . . . .	315
8.3.1.	Traditionelle analytische Geometrie . . . . .	316
8.3.2.	Neue Mathematik: Einkehr der vektoriellen Strukturalgebra	316
8.3.3.	Didaktische Auseinandersetzung mit der neuen Mathematik	317
8.3.4.	Curriculare Vorgaben zur Zeit der Studie . . . . .	319
8.3.5.	Wandel und Konstanz: empirische Studien über das tat- sächliche Curriculum . . . . .	322
8.3.6.	Bildungsziele der Oberstufengeometrie . . . . .	323
8.3.7.	Änderungen durch die Bildungsstandards für die Allge- meine Hochschulreife . . . . .	327
8.4.	Schülerschwierigkeiten in der vektoriellen Geometrie . . . . .	328
8.5.	Die gymnasiale Oberstufe: ein Ort der Umbrüche . . . . .	334
<b>9.</b>	<b>Vorbereitung und Durchführung der Studie</b>	<b>337</b>
9.1.	Teilnehmer der Studie . . . . .	338

9.2. Ablaufplan der Interviews . . . . .	340
9.3. Leitfaden . . . . .	341
<b>10. Fallstudie A</b> . . . . .	<b>345</b>
10.1. Das eingeführte Schulbuch . . . . .	346
10.2. Allgemeine Vorstellungen zur Mittelstufengeometrie . . . . .	347
10.3. Allgemeine Vorstellungen zur Mathematik . . . . .	348
10.4. Sekundarstufe I: Mittelstufengeometrie im Detail . . . . .	351
10.4.1. Kompetenzen und Medieneinsatz . . . . .	351
10.4.2. Methodische und unterrichtspraktische Fragen . . . . .	364
10.4.3. Bildungsziele der Mittelstufengeometrie . . . . .	368
10.5. Sekundarstufe II . . . . .	372
10.5.1. Übersicht und Verhältnis von Mittelstufen- und Oberstufengeometrie . . . . .	372
10.5.2. Kompetenzen und Medieneinsatz . . . . .	378
10.5.3. Methodische und unterrichtspraktische Fragen . . . . .	386
10.5.4. Bildungsziele der Oberstufengeometrie . . . . .	389
10.6. Ausgangspunkte für einen Dialog mit der Fachdidaktik . . . . .	393
<b>11. Analyse der individuellen Curricula zur Sekundarstufe I</b> . . . . .	<b>395</b>
11.1. Allgemeine Vorstellungen zur Mittelstufengeometrie . . . . .	395
11.2. Allgemeine Vorstellungen zur Mathematik . . . . .	402
11.2.1. Anschluss an die theoretische Vorarbeit . . . . .	402
11.2.2. Theoriegeleitete Interpretation der Interviewpassagen . . . . .	405
11.2.3. Entwurf eines Klassifikationsschemas . . . . .	414
11.2.4. Vergleich mit Ergebnissen über mathematische Weltbildern . . . . .	417
11.3. Kompetenzorientierung . . . . .	419
11.3.1. Argumentieren und Beweisen . . . . .	421
11.3.2. Konstruieren . . . . .	443
11.4. Dynamische Geometriesysteme . . . . .	448
11.4.1. Problemlösen . . . . .	458
11.4.2. Anwendungen und Realitätsbezüge . . . . .	470
<b>12. Gesamtcurricula zur Sekundarstufe I: Bildungsziele der Mittelstufengeometrie</b> . . . . .	<b>493</b>
12.1. Methodologisches Vorgehen und Vorstellung des Vergleichsschemas . . . . .	493
12.2. Darstellung der individuellen Gesamtcurricula . . . . .	495
<b>13. Typenbildung zu den individuellen Curricula der Sekundarstufe I</b> . . . . .	<b>511</b>
13.1. Anknüpfung an die bisherige Typenbildung . . . . .	511

13.2. Fortsetzung der Typenbildung . . . . .	513
13.2.1. Verfeinerung des deduktiv-fachspezifischen Typs . . . . .	514
13.2.2. Verfeinerung des pragmatisch-allgemeinbildenden Typs . . . . .	518
13.3. Gegenüberstellung: deduktiv-fachspezifisch und pragmatisch-allgemeinbildend . . . . .	521
13.4. Schlussbemerkungen und methodologische Reflexion . . . . .	525
<b>14. Dialog mit der Fachdidaktik zur Sekundarstufe I</b> . . . . .	<b>527</b>
14.1. Geometrische Paradigmen als zentrale curriculare Beliefs . . . . .	527
14.1.1. Ziel-Mittel-Argumentation und reale Unterrichtsplanung . . . . .	527
14.1.2. Die Geometriebezogenheit der Typen . . . . .	528
14.2. Der Holismus eines Paradigmas . . . . .	529
14.3. Modellbilden versus geometrisches Anwenden . . . . .	530
14.4. Traditionelles versus neueres Problemlösen . . . . .	532
14.5. Einschätzung der dynamischen Geometrie . . . . .	534
<b>15. Analyse der individuellen Curricula zur Sekundarstufe II</b> . . . . .	<b>537</b>
15.1. Institutioneller Rahmen: Zentralabitur und neues Kurssystem . . . . .	537
15.2. Vorstellung des Analyseschemas . . . . .	539
15.3. Herr B . . . . .	542
15.4. Herr C . . . . .	552
15.5. Frau D . . . . .	558
15.6. Herr E . . . . .	561
15.7. Herr F . . . . .	569
15.8. Frau G . . . . .	578
15.9. Herr H . . . . .	581
15.10. Herr I . . . . .	591
15.11. Herr A . . . . .	599
<b>16. Typenbildung zu den individuellen Curricula der Sekundarstufe II</b> . . . . .	<b>601</b>
16.1. Das minimale gemeinsame Kerncurriculum: metrische analytische Geometrie . . . . .	603
16.2. Einführung des Vektorbegriffs und frühe Ergänzungen des Kerncurriculums . . . . .	605
16.3. Bildungsziele des minimalen gemeinsamen Kerncurriculums . . . . .	610
16.4. Reflexion über die weiterführenden Ziele des Kerncurriculums . . . . .	614
16.5. Erweiterungen der Kerncurricula mit ihren zugehörigen Lernzielen . . . . .	620
16.5.1. Erweiterungen mit Realitätsbezug . . . . .	620
16.5.2. Innermathematische Erweiterungen . . . . .	624

16.6. Personenbezogene Typenbildung unter den individuellen Curricula	627
16.6.1. Studienvorbereitender Typ	628
16.6.2. Allgemeinbildender Typ	630
<b>17. Dialog mit der Fachdidaktik zur Sekundarstufe II</b>	<b>635</b>
17.1. Kerncurriculum und globale Sichtweise der analytischen Geometrie	635
17.2. Typisch analytisches Problemlösen	637
17.3. Regeometrisierung der Oberstufengeometrie?	644
17.4. Einführung des Vektorbegriffs	646
17.5. Realitätsbezug in der analytischen Geometrie und der linearen Algebra	647
<b>18. Überblick über die Forschungsergebnisse</b>	<b>649</b>
18.1. Bewertung der Methodologie	650
18.2. Übersicht über die inhaltlichen Ergebnisse	652
18.2.1. Sekundarstufe I	654
18.2.2. Sekundarstufe II	658
18.3. Weiterführende Fragen	665
<b>A. Leitfaden und Transkripte</b>	<b>667</b>
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>669</b>