

---

Peter Ruge · Carolin Birk · Manfred Wermuth

# Das Ingenieurwissen: Mathematik und Statistik

# Inhaltsverzeichnis

## Mathematik

P. Ruge, C. Birk

<b>1</b>	<b>Mengen, Logik, Graphen</b>	<b>1</b>
1.1	Mengen	1
	1.1.1 Grundbegriffe der Mengenlehre – 1.1.2 Mengenrelationen und -operationen	
1.2	Verknüpfungsmerkmale spezieller Mengen	2
1.3	Aussagenlogik	3
1.4	Graphen	4
<b>2</b>	<b>Zahlen, Abbildungen, Folgen</b>	<b>5</b>
2.1	Reelle Zahlen	5
	2.1.1 Zahlenmengen, Mittelwerte – 2.1.2 Potenzen, Wurzeln, Logarithmen	
2.2	Stellenwertsysteme	6
2.3	Komplexe Zahlen	6
	2.3.1 Grundoperationen, Koordinatendarstellung – 2.3.2 Potenzen, Wurzeln	
2.4	Intervalle	7
2.5	Abbildungen, Folgen und Reihen	7
	2.5.1 Abbildungen, Funktionen – 2.5.2 Folgen und Reihen – 2.5.3 Potenzen von Reihen	
<b>3</b>	<b>Matrizen und Tensoren</b>	<b>10</b>
3.1	Matrizen	10
	3.1.1 Bezeichnungen, spezielle Matrizen – 3.1.2 Rechenoperationen – 3.1.3 Matrixnormen	
3.2	Determinanten	13
3.3	Vektoren	14
	3.3.1 Vektoreigenschaften – 3.3.2 Basis – 3.3.3 Inneres oder Skalarprodukt – 3.3.4 Äußeres oder Vektorprodukt – 3.3.5 Spatprodukt, Mehrfachprodukte	
3.4	Tensoren	18
	3.4.1 Tensoren $n$ -ter Stufe – 3.4.2 Tensoroperationen	
<b>4</b>	<b>Elementare Geometrie</b>	<b>19</b>
4.1	Koordinaten	19
4.2	Kurven, Flächen 1. und 2. Ordnung	21
	4.2.1 Gerade in der Ebene – 4.2.2 Ebene im Raum – 4.2.3 Gerade im Raum – 4.2.4 Kurven 2. Ordnung – 4.2.5 Flächen 2. Ordnung	
4.3	Planimetrie, Stereometrie	26
<b>5</b>	<b>Projektionen</b>	<b>33</b>
<b>6</b>	<b>Algebraische Funktionen einer Veränderlichen</b>	<b>35</b>
6.1	Sätze über Nullstellen	35
6.2	Quadratische Gleichungen	36
<b>7</b>	<b>Transzendente Funktionen</b>	<b>36</b>
7.1	Exponentialfunktionen	36
7.2	Trigonometrische Funktionen	36
7.3	Hyperbolische Funktionen	40
<b>8</b>	<b>Höhere Funktionen</b>	<b>42</b>
8.1	Algebraische Funktionen 3. und 4. Ordnung	42
8.2	Zykloiden, Spiralen	42
8.3	Delta-, Heaviside- und Gammafunktion	42

<b>9</b>	<b>Differenziation reeller Funktionen einer Variablen</b>	<b>46</b>
9.1	Grenzwert, Stetigkeit	46
9.2	Ableitung einer Funktion	47
	9.2.1 Funktionsdarstellung nach Taylor – 9.2.2 Grenzwerte durch Ableitungen – 9.2.3 Extrema, Wendepunkte	
9.3	Fraktionale Ableitungen	52
<b>10</b>	<b>Integration reeller Funktionen einer Variablen</b>	<b>53</b>
10.1	Unbestimmtes Integral	53
10.2	Bestimmtes Integral	55
	10.2.1 Integrationsregeln – 10.2.2 Uneigentliche Integrale	
<b>11</b>	<b>Differenziation reeller Funktionen mehrerer Variablen</b>	<b>57</b>
11.1	Grenzwert, Stetigkeit	57
11.2	Ableitungen	58
	11.2.1 Funktionsdarstellung nach Taylor – 11.2.2 Extrema	
<b>12</b>	<b>Integration reeller Funktionen mehrerer Variablen</b>	<b>61</b>
12.1	Parameterintegrale	61
12.2	Doppelintegrale	62
12.3	Uneigentliche Bereichsintegrale	63
12.4	Dreifachintegrale	63
12.5	Variablentransformation	64
12.6	Kurvenintegrale	65
12.7	Oberflächenintegrale	66
<b>13</b>	<b>Differenzialgeometrie der Kurven</b>	<b>66</b>
13.1	Ebene Kurven	66
	13.1.1 Tangente, Krümmung – 13.1.2 Hüllkurve	
13.2	Räumliche Kurven	68
<b>14</b>	<b>Räumliche Drehungen</b>	<b>69</b>
<b>15</b>	<b>Differenzialgeometrie gekrümmter Flächen</b>	<b>70</b>
<b>16</b>	<b>Differenzialgeometrie im Raum</b>	<b>71</b>
16.1	Basen, Metrik	71
16.2	Krummlinige Koordinaten	72
<b>17</b>	<b>Differenziation und Integration in Feldern</b>	<b>73</b>
17.1	Nabla-Operator	73
17.2	Fluss, Zirkulation	75
17.3	Integralsätze	76
<b>18</b>	<b>Differenziation und Integration komplexer Funktionen</b>	<b>77</b>
18.1	Darstellung, Stetigkeit komplexer Funktionen	77
18.2	Ableitung	78
18.3	Integration	79
<b>19</b>	<b>Konforme Abbildung</b>	<b>82</b>
<b>20</b>	<b>Orthogonalsysteme</b>	<b>84</b>
<b>21</b>	<b>Fourier-Reihen</b>	<b>85</b>
21.1	Reelle Entwicklung	85
21.2	Komplexe Entwicklung	86
<b>22</b>	<b>Polynomentwicklungen</b>	<b>88</b>
<b>23</b>	<b>Integraltransformationen</b>	<b>89</b>
23.1	Fourier-Transformation	89
23.2	Laplace-Transformation	90
23.3	z-Transformation	92
<b>24</b>	<b>Gewöhnliche Differenzialgleichungen</b>	<b>94</b>
24.1	Einteilung	94
24.2	Geometrische Interpretation	94

<b>25</b>	<b>Lösungsverfahren für gewöhnliche Differenzialgleichungen</b> .....	<b>95</b>
25.1	Trennung der Veränderlichen .....	95
25.2	Totales Differenzial .....	95
25.3	Substitution .....	96
25.4	Lineare Differenzialgleichungen .....	96
25.5	Lineare Differenzialgleichung, konstante Koeffizienten .....	97
25.6	Normiertes Fundamentalsystem .....	98
25.7	Green'sche Funktion .....	99
25.8	Integration durch Reihenentwicklung .....	100
25.9	Integralgleichungen .....	101
<b>26</b>	<b>Systeme von Differenzialgleichungen</b> .....	<b>101</b>
<b>27</b>	<b>Selbstadjungierte Differenzialgleichung</b> .....	<b>103</b>
<b>28</b>	<b>Klassische nichtelementare Differenzialgleichungen</b> .....	<b>104</b>
<b>29</b>	<b>Partielle Differenzialgleichungen 1. Ordnung</b> .....	<b>106</b>
<b>30</b>	<b>Partielle Differenzialgleichungen 2. Ordnung</b> .....	<b>106</b>
<b>31</b>	<b>Lösungen partieller Differenzialgleichungen</b> .....	<b>108</b>
31.1	Spezielle Lösungen der Wellen- und Potenzialgleichung .....	108
31.2	Fundamentallösungen .....	110
<b>32</b>	<b>Variationsrechnung</b> .....	<b>111</b>
32.1	Funktionale .....	111
32.2	Optimierung .....	115
32.3	Lineare Optimierung .....	116
<b>33</b>	<b>Lineare Gleichungssysteme</b> .....	<b>117</b>
33.1	Gestaffelte Systeme .....	117
33.2	Gaußverwandte Verfahren .....	118
33.3	Überbestimmte Systeme .....	121
33.4	Testmatrizen .....	121
<b>34</b>	<b>Nichtlineare Gleichungen</b> .....	<b>122</b>
34.1	Fixpunktiteration, Konvergenzordnung .....	122
34.2	Spezielle Iterationsverfahren .....	123
34.3	Nichtlineare Gleichungssysteme .....	125
<b>35</b>	<b>Matrizeneigenwertproblem</b> .....	<b>126</b>
35.1	Homogene Matrizenfunktionen, Normalformen .....	126
35.2	Symmetrische Matrizenpaare .....	128
35.3	Testmatrizen .....	130
35.4	Singulärwertzerlegung .....	131
<b>36</b>	<b>Interpolation</b> .....	<b>132</b>
36.1	Nichtperiodische Interpolation .....	132
36.2	Periodische Interpolation .....	136
36.3	Integration durch Interpolation .....	136
<b>37</b>	<b>Numerische Integration von Differenzialgleichungen</b> .....	<b>139</b>
37.1	Anfangswertprobleme .....	139
37.2	Randwertprobleme .....	143
37.3	Mehrgitterverfahren (Multigrid method) .....	145

## Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik

M. Wermuth

<b>38</b>	<b>Wahrscheinlichkeitsrechnung</b> .....	<b>147</b>
38.1	Zufallsexperiment und Zufallsereignis .....	147
38.2	Kombinatorik .....	147
38.3	Wahrscheinlichkeit von Zufallsereignissen .....	149

38.4	Bedingte Wahrscheinlichkeit	149
38.5	Unabhängigkeit von Ereignissen	150
38.6	Rechenregeln für Wahrscheinlichkeiten	150
<b>39</b>	<b>Zufallsvariable und Wahrscheinlichkeitsverteilung</b>	<b>152</b>
39.1	Zufallsvariablen	152
39.2	Wahrscheinlichkeits- und Verteilungsfunktion einer diskreten Zufallsvariablen	152
39.3	Wahrscheinlichkeitsdichte- und Verteilungsfunktion einer stetigen Zufallsvariablen	153
39.4	Kenngrößen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen	153
\	39.4.1 $\alpha$ -Quantil – 39.4.2 Erwartungswert einer Funktion einer Zufallsgröße – 39.4.3 Lageparameter einer Verteilung – 39.4.4 Streuungsparameter einer Verteilung	
39.5	Stochastische Unabhängigkeit von Zufallsgrößen	163
39.6	Korrelation von Zufallsgrößen	164
40	Deskriptive Statistik	165
40.1	Aufgaben der Statistik	165
40.2	Grundbegriffe	167
40.3	Häufigkeit und Häufigkeitsverteilung	167
40.4	Kenngrößen empirischer Verteilungen	169
\	40.4.1 Lageparameter – 40.4.2 Streuungsparameter	
40.5	Empirischer Korrelationskoeffizient	170
<b>41</b>	<b>Induktive Statistik</b>	<b>170</b>
41.1	Stichprobenauswahl	171
41.2	Stichprobenfunktionen	171
<b>42</b>	<b>Statistische Schätzverfahren</b>	<b>171</b>
42.1	Schätzfunktion	171
42.2	Punktschätzung	171
42.3	Intervallschätzung	172
<b>43</b>	<b>Statistische Prüfverfahren (Tests)</b>	<b>173</b>
43.1	Ablauf eines Tests	173
43.2	Test der Gleichheit des Erwartungswerts $\mu$ eines quantitativen Merkmals mit einem gegebenen Wert $\mu_0$ (Parametertest)	174
43.3	Test der Gleichheit des Anteilswerts $p$ eines qualitativen Merkmals mit einem gegebenen Wert $p_0$ (Parametertest)	175
43.4	Test der Gleichheit einer empirischen mit einer theoretischen Verteilung (Anpassungstest)	176
43.5	Prüfen der Unabhängigkeit zweier Zufallsgrößen (Korrelationskoeffizient)	176
<b>44</b>	<b>Regression</b>	<b>177</b>
44.1	Grundlagen	177
44.2	Schätzwerte für $\alpha$ , $\beta$ und $\sigma^2$	177
44.3	Konfidenzintervalle für die Parameter $\beta$ , $\sigma^2$ und $\mu(\chi)$	177
44.4	Prüfen einer Hypothese über den Regressionskoeffizienten	178
44.5	Beispiel zur Regressionsrechnung	178
	<b>Formelzeichen der Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik</b>	<b>179</b>
	<b>Literatur</b>	<b>180</b>