

Horst Werkle

Finite Elemente in der Baustatik

Statik und Dynamik der
Stab- und Flächentragwerke

Mit 208 Abbildungen, 36 Tabellen
und zahlreichen Beispielen

2., überarbeitete und erweiterte Auflage



Inhaltsverzeichnis

1 Matrizenrechnung	1
1.1 Matrizen und Vektoren	1
1.2 Matrizenalgebra	3
1.2.1 Addition und Subtraktion	3
1.2.2 Multiplikation	3
1.2.3 Matrizeninversion	5
1.3 Gleichungssysteme	7
1.3.1 Inhomogene und homogene Gleichungssysteme	7
1.3.2 Existenz von Lösungen	7
1.3.3 Lösungsverfahren	9
1.3.4 Normen und Konditionszahl	18
1.4 Eigenwertprobleme	19
1.4.1 Allgemeines Eigenwertproblem	19
1.4.2 Numerische Lösungsverfahren für Eigenwertprobleme	24
2 Die Grundlagen der Elastizitätstheorie	37
2.1 Tragwerkstypen und Grundgleichungen	37
2.2 Grundgleichungen von Fachwerkstab und Scheibe	38
2.3 Grundgleichungen von Biegebalken und Platte	48
3 Finite-Element-Methode für Stabwerke	57
3.1 Überblick	57
3.1.1 Die Finite-Element-Methode als statisches Berechnungsverfahren	57
3.1.2 Knotenpunkte, Freiheitsgrade und Finite Elemente	57
3.1.3 Berechnungsverfahren	59
3.2 Einführungsbeispiel: Ebene Fachwerke	61
3.2.1 Statisches System	61
3.2.2 Elementsteifigkeitsmatrix des Fachwerkstabs	62
3.2.3 Koordinatentransformation	64
3.2.4 Systemsteifigkeitsmatrix	69
3.2.5 Auflagerbedingungen	77
3.2.6 Lösung des Gleichungssystems	79
3.2.7 Auflagerkräfte und Elementspannungen	80
3.3 Federn	81

3.4	Biegebalken	82
3.4.1	Elementsteifigkeitsmatrix und Spannungsmatrix	82
3.4.2	Elementlasten	84
3.4.3	Erweiterung der Steifigkeitsmatrix für Normalkräfte und zur Berücksichtigung der Schubsteifigkeit	89
3.4.4	Koordinatentransformation	90
3.4.5	Gelenke	92
3.5	Zusammengesetzte Stabwerke	96
3.6	Räumliche Stabwerke	98
3.7	Modellbildung bei Stabwerken	100
3.7.1	Auflager	100
3.7.2	Federn	101
3.7.3	Biegebalken	104
3.7.4	Symmetrische Systeme	107
3.8	Qualitätssicherung und Dokumentation von Stabwerksberechnungen	109
3.8.1	Fehlermöglichkeiten bei Stabwerksberechnungen	109
3.8.2	Kontrollen von Stabwerksberechnungen	114
4	Finite-Element-Methode für Flächentragwerke	119
4.1	Historische Entwicklung	119
4.2	Überblick	119
4.3	Näherungscharakter der Finite Element Methode	121
4.3.1	Eindimensionales Erläuterungsbeispiel	121
4.3.2	Analytische Lösung	122
4.3.3	FEM-Näherungslösung mit linearem Verschiebungsansatz	125
4.3.4	FEM-Näherungslösung mit quadratischem Verschiebungsansatz	132
4.3.5	Eigenschaften der FEM-Näherungslösung	140
4.4	Rechteckelement für Scheiben	141
4.4.1	Ansatzfunktionen	141
4.4.2	Verzerrungen und Spannungen	145
4.4.3	Steifigkeitsmatrix	146
4.4.4	Elementlasten	150
4.4.5	Beispiele	152
4.5	Finite Elemente für Scheiben	159
4.5.1	Eigenschaften von Finiten Elementen	159
4.5.2	Elemente mit stetigen Verschiebungsansätzen	165
4.5.3	Nichtkonforme Elemente	173
4.5.4	Hybride Elemente	174

4.6	Rechteckelement für Platten	181
4.6.1	Elementtyp	181
4.6.2	Ansatzfunktionen	182
4.6.3	Verzerrungsgrößen und Schnittgrößen	183
4.6.4	Steifigkeitsmatrix	185
4.6.5	Elementlasten	187
4.7	Finite Elemente für Platten	189
4.7.1	Schubweiche Plattenelemente mit Verschiebungsansatz	189
4.7.2	Schubstarre Plattenelemente mit Verschiebungsansatz	191
4.7.3	Hybride Plattenelemente	193
4.7.4	Beispiel	194
4.8	Finite Elemente für Schalen	197
4.8.1	Ebene Schalenelemente	197
4.8.2	Gekrümmte Schalenelemente als spezielle Volumenelemente	200
4.8.3	Rotationssymmetrische Schalenelemente	200
4.9	Übergangselemente	203
4.9.1	Übergang zwischen verschiedenen Elementarten	203
4.9.2	Koppelfederelement für Stützen von Scheibentragwerken	205
4.9.3	Koppelfederelement für Stützen bei Plattentragwerken	219
4.9.4	Weitere Elementübergänge	230
4.10	Modellbildung von Bauteilen	231
4.10.1	Tragwerksmodelle	231
4.10.2	Singularitäten von Zustandsgrößen	233
4.10.3	Elementwahl und Netzbildung	235
4.10.4	Modellbildung bei Scheiben	244
4.10.5	Modellbildung bei Platten	253
4.10.6	Modellbildung bei Faltwerken und Schalen	274
4.10.7	Ergebnisinterpretation	278
4.11	Qualitätssicherung und Dokumentation von Finite-Element Berechnungen	282
4.11.1	Fehlerabschätzung und adaptive Netzverdichtung	282
4.11.2	Kontrollen bei Flächentragwerken	285
4.11.3	Dokumentation der Finite-Element-Berechnung	287
5	Dynamik der Stab- und Flächentragwerke	289
5.1	Einleitung	289
5.2	Grundbegriffe der Dynamik	289
5.2.1	Kinematik	289
5.2.2	Massenkräfte	290

5.2.3 Dämpfungskräfte	297
5.3 Bewegungsgleichungen	299
5.4 Freie Schwingungen	303
5.4.1 Ungedämpfte Schwingungen	303
5.4.2 Gedämpfte Schwingungen	310
5.5 Schwingungen infolge harmonischer Erregung	313
5.6 Schwingungen infolge beliebiger Erregung	319
5.6.1 Direkte numerische Integration	319
5.6.2 Modalanalyse	324
5.6.3 Fourier-Transformation	334
5.7 Erdbebenberechnung	343
5.7.1 Allgemeines	343
5.7.2 Zeitverlaufsberechnungen	344
5.7.3 Antwortspektrenverfahren	350
5.8 Modellbildung	365
5.8.1 Tragwerks- und Finite-Element-Modell	365
5.8.2 Modellbildung von Gebäuden und Boden-Bauwerk-Wechselwirkung	370
5.8.3 Modellierung der Dämpfung	378
5.8.4 Modellierung der Massen	383
5.8.5 Diskretisierung im Zeit- und Frequenzbereich	384
5.8.6 Dynamisches Modell und physikalische Wirklichkeit	389
6 Softwaretechnische Aspekte von Finite-Element-Programmen	395
6.1 Programmaufbau und Benutzeroberflächen	395
6.2 Netzgenerierung	400
6.3 Rechnerinterne Behandlung von Gleichungssystemen	405
6.4 Integration in die computerunterstützte Tragwerksplanung	411
Literatur	413
Internet-Adressen	428
Finite-Element-Software	429
Sachwortverzeichnis	431