



dandelion.com

© 2008 AGI-Information Management Consultants
May be used for personal purposes only or by
libraries associated to dandelion.com network.

Oskar Anderson • Werner Popp
Manfred Schaffranek • Dieter Steinmetz
Horst Stenger

Schätzen und Testen

Eine Einführung in
Wahrscheinlichkeitsrechnung
und schließende Statistik

Zweite, vollständig überarbeitete
und erweiterte Auflage

Mit 71 Abbildungen
und 53 Tabellen



Springer

Inhaltsverzeichnis

I	Wahrscheinlichkeitsrechnung	1
1	Zufallsexperimente und Wahrscheinlichkeiten	3
1.1	Zufallsexperimente.	3
1.2	Ereignisse.	4
1.3	Wahrscheinlichkeitsaxiome.	6
1.4	Folgerungen aus den Axiomen.	8
1.5	Zusammenfassung zweier Zufallsexperimente.	11
1.6	n-malige Durchführung eines Zufallsexperiments.	15
1.7	Symmetrische Zufallsexperimente.	17
1.8	Ziehen mit bzw. ohne Zurücklegen.	19
1.9	Unabhängige Ereignisse.	20
1.10	Aufgaben.	22
2	Verteilung einer Zufallsvariablen	27
2.1	Zufallsvariablen.	27
2.2	Funktionen von Zufallsvariablen.	29
2.3	Massefunktionen.	30
2.4	Dichtefunktionen.	33
2.5	Verteilungsfunktionen.	35
2.6	Erwartungswerte von Zufallsvariablen.	38
2.7	Erwartungswerte von Funktionen einer Zufallsvariablen . . .	39
2.8	Varianzen von Zufallsvariablen.	41

2.9	Standardisierte Zufallsvariablen	43
2.10	*Ungleichung von TSCHEBYSCHEFF	44
2.11	Aufgaben	46
3	Gemeinsame Verteilung von Zufallsvariablen	53
3.1	Gemeinsame Massefunktionen	53
3.2	*Gemeinsame Dichtefunktionen	55
3.3	Linearität der Erwartungswertbildung	57
3.4	Varianz linearer Funktionen von Zufallsvariablen	58
3.5	Unabhängige Zufallsvariablen	59
3.6	Unabhängige diskrete Zufallsvariablen	61
3.7	*Unabhängige stetige Zufallsvariablen	62
3.8	Unabhängigkeit und Unkorreliertheit	63
3.9	Stichproben aus Verteilungen	64
3.10	Aufgaben	67
4	Spezielle diskrete Verteilungen	73
4.1	BERNOULLI-Verteilung	73
4.2	Binomialverteilung	75
4.3	Hypergeometrische Verteilung	80
4.4	Aufgaben	86
5	Normalverteilte Zufallsvariablen und Zentraler Grenzwertsatz	89
5.1	Normalverteilung	89
5.2	Tabelle der Standardnormalverteilung	93
5.3	Lineare Funktionen normalverteilter Zufallsvariablen	96
5.4	χ^2 -Verteilung	98
5.5	STUDENT-t-Verteilung	99
5.6	Zentraler Grenzwertsatz	102
5.7	Zentraler Grenzwertsatz für Stichprobenanteile	107
5.8	Approximation von Binomial- und hypergeometrischer Ver- teilung	109
5.9	Gesetz der großen Zahlen	112
5.10	Aufgaben	113
II	Schätzen	119
1	Punktschätzung	121
1.1	Problemstellung	121
1.2	Unverzerrte Schätzer	124
1.3	BLU-Schätzer	126
1.4	Notwendiger Stichprobenumfang bei vorgegebenem Fehler	128
1.5	*Nichtlineare Schätzer	130

1.6	*Verzernte Schätzer	132
1.7	*Konsistente Schätzer	134
2	Intervallschätzung	137
2.1	Problemstellung	137
2.2	Konfidenzintervalle für den Erwartungswert einer normalverteilten Zufallsvariablen bei bekannter Standardabweichung	138
2.3	Konfidenzintervalle für den Erwartungswert einer normalverteilten Zufallsvariablen bei unbekannter Standardabweichung	142
2.4	Konfidenzintervalle für den Erwartungswert einer Zufallsvariablen mit unbekannter Verteilung	143
2.5	Konfidenzintervalle für Wahrscheinlichkeiten	143
3	Stichproben aus Gesamtheiten	145
3.1	Zufällige Auswahlverfahren	145
3.2	Stichprobenmittel und Stichprobenvarianz	147
3.3	Schätzung des Mittelwerts und der Varianz einer Grundgesamtheit	151
3.4	Schätzung eines Anteils.	152
3.5	Auswahltechniken	153
4	Aufgaben	157
III Testen		167
1	Grundbegriffe	169
1.1	Problemstellung.	169
1.2	Hypothesen und Testverfahren.	171
1.3	Fehler 1. und Fehler 2. Art	173
2	Tests für Erwartungswerte	175
2.1	Tests bei bekannter Varianz	175
2.2	Normierte Prüfgrößen.	177
2.3	Tests bei unbekannter Varianz	178
2.4	Vergleich zweier Erwartungswerte.	179
2.5	Übersicht über behandelte Tests für Erwartungswerte	181
3	Tests für Wahrscheinlichkeiten	183
3.1	Hypothesen über eine Wahrscheinlichkeit	183
3.2	Vergleich zweier Wahrscheinlichkeiten	184
3.3	Übersicht über behandelte Tests für Wahrscheinlichkeiten .	186
4	χ^2 -Tests	187
4.1	χ^2 — Anpassungstest	187

X Inhaltsverzeichnis

4.2	χ^2 -Unabhängigkeitstest	192
4.3	Übersicht über behandelte χ^2 - Tests.	197
5	*Gütefunktion	199
5.1	Problemstellung	199
5.2	Wahl des Signifikanzniveaus.	202
5.3	Wahl des Stichprobenumfangs.	203
5.4	Wahl der Prüfgröße.	204
5.5	Gütefunktion für Tests über Wahrscheinlichkeiten.	206
5.6	Allgemeine Definition der Gütefunktion.	209
6	Aufgaben	211
IV	Regressionsanalyse	233
1	Einführung	235
1.1	Problemstellung.	235
1.2	Lineare Einfachregression.	236
2	Methode der Kleinsten Quadrate	239
2.1	Streuungsdiagramm und Ausgleichsgerade.	239
2.2	Ausgleichsgerade nach der Methode der Kleinsten Quadrate	240
2.3	Die Kleinst-Quadrate-Schätzer B_0 und B_x	244
3	BLU-Schätzer für β_0 und β_1	247
3.1	Einfaches lineares Regressionsmodell.	247
3.2	BLU-Eigenschaft von B_0 und B_1	248
3.3	Unverzerrte Schätzer für $\text{var } B_0$ und $\text{var } B_1$	250
4	Konfidenzintervalle für β_0 und β_1	255
4.1	Konfidenzintervalle bei normalverteilten Residuen.	255
4.2	Konfidenzintervalle bei großem n	257
5	Prüfen von Hypothesen über β_0 und β_x	259
5.1	Tests bei normalverteilten Residuen.	259
5.2	Tests bei großem n	261
6	Aufgaben	263
V	Anhang	273
1	Mathematische Hilfsmittel	275
1.1	Mengen.	275
1.2	Kartesische Produkte.	281

	Inhaltsverzeichnis	XI
1.3	Kombinatorik	282
1.4	Summenzeichen.	286
2	Tabellen	291
	Literatur	297
	Index	299