

Einstieg in die Wirtschaftsmathematik

Von Prof. Dr. rer. nat. habil. Bernd Luderer
und Dr. rer. nat. Uwe Würker
Techn. Universität Chemnitz-Zwickau

2., durchgesehene Auflage
Mit zahlreichen Abbildungen, anwendungsorientierten
Beispielen und Übungsaufgaben mit Lösungen



B. G. Teubner Stuttgart 1997

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	5
Zeichenerklärung	12
1 Grundlagen	13
1.1 Instrumente der Elementarmathematik	13
1.1.1 Zahlbereiche. Zahlendarstellung	13
1.1.2 Rechnen mit Zahlen	15
1.1.3 Bruchrechnung	18
1.1.4 Potenzrechnung	20
1.1.5 Binomische Formeln. Partialdivision	22
1.1.6 Wurzelrechnung	26
1.1.7 Logarithmenrechnung	27
1.1.8 Rechenregeln und Auflösung von Gleichungen	29
1.1.9 Koordinatensysteme	33
1.1.10 Winkelbeziehungen	35
1.1.11 Komplexe Zahlen	36
1.2 Darstellung von Funktionen einer Variablen	38
1.2.1 Formen der Darstellung	40
1.2.2 Operationen mit Funktionen	41
1.2.3 Wichtige spezielle Funktionen	44
1.3 Ergänzende Fragen	57
1.3.1 Intervalle	57
1.3.2 Auflösung von Ungleichungen	58
1.3.3 Absolute Beträge	60
1.4 Analytische Geometrie	62
1.4.1 Geradengleichungen in der Ebene	62
1.4.2 Geraden und Ebenen im Raum	67
1.4.3 Graphische Darstellung von Ungleichungssystemen	69
1.5 Zahlenfolgen und Zahlenreihen	71
1.5.1 Grundbegriffe	71
1.5.2 Arithmetische Folgen und Reihen	72
1.5.3 Geometrische Folgen und Reihen	73

Logik und Mengenlehre	75
2.1 Aussagenlogik	75
2.1.1 Aussagen	75
2.1.2 Aussagenverbindungen	77
2.1.3 Quantoren	80
2.1.4 Einfache Schlußweisen	81
2.2 Mengenlehre	83
2.2.1 Grundbegriffe	83
2.2.2 Mengenrelationen	85
2.2.3 Mengenoperationen	86
2.2.4 Abbildungen und Funktionen	88
Finanzmathematik	92
3.1 Zins- und Zinseszinsrechnung	92
3.1.1 Einfache Verzinsung	93
3.1.2 Zinseszinsrechnung	96
3.1.3 Grundaufgaben der Zinseszinsrechnung	97
3.1.4 Kapitalwertmethode	99
3.1.5 Gemischte Verzinsung	100
3.1.6 Unterjährige Verzinsung	102
3.2 Rentenrechnung	104
3.2.1 Grundbegriffe der Rentenrechnung	104
3.2.2 Vorschüssige Renten	105
3.2.3 Nachschüssige Renten	106
3.2.4 Grundaufgaben der Rentenrechnung	108
3.2.5 Ewige Rente	109
3.3 Tilgungsrechnung	111
3.3.1 Grundbegriffe. Formen der Tilgung	111
3.3.2 Ratentilgung	112
3.3.3 Annuitätentilgung	113
3.3.4 Tilgungspläne	115
3.4 Renditerechnung	116
Lineare Algebra	121
4.1 Matrizen. Vektoren. Vektorräume	121
4.1.1 Begriff der Matrix	121
4.1.2 Spezielle Matrizen	122
4.1.3 Matrizenrelationen	125
4.1.4 Operationen mit Matrizen	126
4.2 Matrizenmultiplikation	130
4.2.1 Skalarprodukt	130

4.2.2	Produkt von Matrizen.	131
4.2.3	Eigenschaften der Matrizenmultiplikation.	133
4.2.4	Anwendungen der Matrizenmultiplikation.	134
4.3	Lineare Gleichungssysteme (LGS).	141
4.3.1	Begriff des linearen Gleichungssystems.	141
4.3.2	Darstellungsformen von LGS.	142
4.3.3	Begriff der Lösung eines LGS.	144
4.3.4	Lineare Gleichungssysteme mit Einheitsmatrix.	146
4.3.5	Elementare Umformungen eines LGS.	148
4.4	Gaußscher Algorithmus.	148
4.4.1	Anwendung elementarer Umformungen.	149
4.4.2	Ablaufplan des Gaußschen Algorithmus.	152
4.4.3	Lösungsdarstellung.	153
4.4.4	Numerische Aspekte.	155
4.4.5	Zusammenfassende Bemerkungen.	156
4.5	Lineare Unabhängigkeit.	158
4.5.1	Linearkombination.	159
4.5.2	Begriff der linearen Unabhängigkeit.	161
4.5.3	Basis und Rang.	164
4.5.4	Zur Lösungsstruktur linearer Gleichungssysteme.	167
4.6	Matrizeninversion.	169
4.6.1	Definition der inversen Matrix.	169
4.6.2	Anwendungen der Matrizeninversion.	172
4.7	Determinanten.	177
4.7.1	Definition der Determinante.	177
4.7.2	Eigenschaften von Determinanten.	180
4.7.3	Anwendungen der Determinantenrechnung.	183
4.7.4	Definitheit von Matrizen.	185
4.7.5	Zusammenfassende Bemerkungen.	187
5	Lineare Optimierung	189
5.1	Gegenstand der Linearen Optimierung.	190
5.1.1	Betrachtung einer Modellsituation.	191
5.1.2	Bestandteile einer LOA. Lösungsbegriff.	192
5.2	Modellierung und graphische Lösung von LOA.	194
5.2.1	Modellierung typischer Problemstellungen.	195
5.2.2	Graphische Lösung von LOA.	201
5.3	Theorie der Linearen Optimierung.	211
5.3.1	Überführung in die Gleichungsform.	211
5.3.2	Basislösungen und Eckpunkte.	216

5.3.3	Eigenschaften von LOA	219
5.4	Simplexmethode für Optimierungsaufgaben in Gleichungsform	220
5.4.1	Grundidee.	220
5.4.2	Auswahl der aufzunehmenden Basisvariablen.	223
5.4.3	Auswahl der auszuschließenden Basisvariablen.	225
5.4.4	Ablaufplan des Simplexalgorithmus.	227
5.4.5	Beispiele. Rechenkontrollen.	230
5.4.6	Sonderfälle.	234
5.5	Zwei-Phasen-Methode.	237
5.5.1	Grundidee.	238
5.5.2	Mögliche Fälle.	239
5.5.3	Beispiele.	241
5.6	Dualität in der Linearen Optimierung	243
5.6.1	Konstruktion der dualen Aufgabe.	244
5.6.2	Dualitätsbeziehungen.	246
5.6.3	Ökonomische Interpretation der Dualvariablen.	249
6	Differentialrechnung für Funktionen einer Variablen	255
6.1	Grenzwert und Stetigkeit	255
6.1.1	Grenzwerte von Zahlenfolgen.	256
6.1.2	Grenzwert und Stetigkeit von Funktionen.	259
6.1.3	Stetigkeit	261
6.1.4	Eigenschaften stetiger Funktionen.	263
6.2	Differenzen- und Differentialquotient	264
6.2.1	Der Begriff des Differentialquotienten.	266
6.2.2	Differential.	269
6.2.3	Differentiationsregeln. Höhere Ableitungen.	270
6.3	Charakterisierung von Funktionen mittels Ableitungen.	274
6.3.1	Monotonie und Beschränktheit.	274
6.3.2	Extremwerte.	277
6.3.3	Wendepunkte. Krümmungsverhalten.	281
6.3.4	Kurvendiskussion.	285
6.3.5	Beispiele zur Kurvendiskussion.	287
6.3.6	Anwendungen in der Marginalanalyse.	291
6.4	Numerische Methoden der Nullstellenberechnung.	297
6.4.1	Intervallhalbierung.	298
6.4.2	Sekantenverfahren. Regula falsi.	300
6.4.3	Newtonverfahren.	301

7 Funktionen mehrerer Veränderlicher	303
7.1 Begriff und Beispiele	303
7.1.1 Funktionsbegriff	303
7.1.2 Beispiele für Funktionen mehrerer Veränderlicher	305
7.2 Grenzwert und Stetigkeit	308
7.3 Differentiation von Funktionen mehrerer Veränderlicher	314
7.3.1 Begriff der Differenzierbarkeit	314
7.3.2 Partielle Ableitungen und Elastizitäten	315
7.3.3 Gradient einer Funktion. Verschiedene Interpretationen	319
7.3.4 Partielle Ableitungen höherer Ordnung. Hessian	323
7.3.5 Vollständiges Differential	324
7.3.6 Implizite Funktionen	326
8 Extremwerte von Funktionen mehrerer Veränderlicher	331
8.1 Extremwerte ohne Nebenbedingungen	331
8.1.1 Notwendige und hinreichende Extremwertbedingungen	332
8.1.2 Beispiele	336
8.2 Extremwerte unter Nebenbedingungen	338
8.2.1 Allgemeine Aufgabenformulierung	339
8.2.2 Die Eliminationsmethode	340
8.2.3 Lagrange-Methode	346
8.2.4 Interpretation der Lagrangeschen Multiplikatoren	354
8.3 Methode der kleinsten Quadrate	355
8.3.1 Problemstellung. Lineare Regression	355
8.3.2 Allgemeinere Ansatzfunktionen	362
9 Integralrechnung	365
9.1 Das unbestimmte Integral	366
9.1.1 Integration von Funktionen einer Veränderlichen	366
9.1.2 Integrationsregeln	367
9.2 Das bestimmte Integral	369
9.2.1 Integralbegriff für Funktionen einer Variablen	369
9.2.2 Integrierbarkeit. Eigenschaften bestimmter Integrale	371
9.2.3 Numerische Integration	373
9.2.4 Uneigentliche Integrale	376
9.2.5 Doppelintegral	378
9.3 Anwendungen der Integralrechnung	380
A Lösungen zu den Aufgaben	384
B Klausurbeispiel	403
Literaturverzeichnis	409
Sachverzeichnis	410