

Konstantin Meskouris · Erwin Hake

Statik der Stabtragwerke

Einführung in die Tragwerkslehre

Mit 250 Abbildungen



Springer

Inhaltsverzeichnis

| | |
|--|-----------|
| 1 Einführung in die Statik der Tragwerke | 1 |
| 1.1 Vorbemerkungen..... | 1 |
| 1.1.1 Definition und Aufgabe der Baustatik | 1 |
| 1.1.2 Tragwerksformen und deren Idealisierung | 2 |
| 1.1.2.1 Dreidimensionale Tragelemente: Raumelemente | 2 |
| 1.1.2.2 Zweidimensionale Tragelemente: Flächenträger | 2 |
| 1.1.2.3 Eindimensionale Tragelemente: Stäbe..... | 3 |
| 1.1.2.4 Beispiel zur Modellfindung | 4 |
| 1.1.3 Idealisierung der Auflagerungen und der Anschlüsse | 6 |
| 1.1.4 Geometrische Idealisierung | 8 |
| 1.2 Zustandsgrößen | 9 |
| 1.2.1 Schnittprinzip, Vorzeichendefinition | 11 |
| 1.2.2 Lasten (äußere Kraftgrößen)..... | 13 |
| 1.2.3 Verschiebungsgrößen (äußere Weggrößen)..... | 15 |
| 1.2.4 Schnittgrößen (innere Kraftgrößen)..... | 15 |
| 1.2.5 Verzerrungen (innere Weggrößen) | 16 |
| 1.2.5.1 Längsdehnung (Axialdehnung) ϵ infolge N | 16 |
| 1.2.5.2 Schubverzerrung (Gleitung) γ infolge Q | 17 |
| 1.2.5.3 Verkrümmung κ infolge M | 18 |
| 1.2.5.4 Verdrillung ϑ' infolge M_T | 19 |
| 1.2.5.5 Verzerrungen infolge lastfreier Einwirkungen..... | 20 |
| 1.2.6 Arbeitsanteile eines differentiellen Stabelementes | 20 |
| 1.3 Grundgleichungen | 21 |
| 1.3.1 Gleichgewicht | 22 |
| 1.3.1.1 Gleichgewicht eines geraden Stabes in der Ebene..... | 22 |
| 1.3.1.2 Das räumliche Gleichgewicht eines geraden Stabelements | 27 |
| 1.3.2 Kinematik | 28 |
| 1.3.2.1 Kinematik eines geraden Stabelementes in der Ebene..... | 29 |
| 1.3.2.2 Normalenhypothese (BERNOULLI) | 30 |
| 1.3.2.3 Starrkörperverschiebungen | 30 |
| 1.3.3 Materialgesetz..... | 31 |

| | |
|--|-----------|
| 1.3.3.1 Reine Dehnung | 32 |
| 1.3.3.2 Reine Schubverzerrung..... | 32 |
| 1.3.3.3 Reine Biegung | 33 |
| 1.3.3.4 Verdrillung..... | 33 |
| 1.3.3.5 Zusammenfassung des Elastizitätsgesetzes in Matrizenform..... | 34 |
| 1.4 Grundbeziehungen ebener Tragwerke mit geraden Stäben..... | 35 |
| 1.4.1 Gliederung der Zustandsgrößen..... | 35 |
| 1.4.2 Verknüpfung der Zustandsgrößen..... | 35 |
| 1.4.3 Gesamtdifferentialgleichung..... | 37 |
| 2 Stabtragwerke | 39 |
| 2.1 Konstruktionselemente | 39 |
| 2.1.1 Stabelemente..... | 40 |
| 2.1.2 Stützungen und Lager | 40 |
| 2.1.3 Knotenpunkte und Anschlüsse..... | 42 |
| 2.2 Aufbau von Stabtragwerken..... | 43 |
| 2.2.1 Abzählkriterien | 45 |
| 2.2.1.1 Abzählkriterien für Fachwerke | 45 |
| 2.2.1.2 Abzählkriterien für biegesteife Stabwerke..... | 47 |
| 2.2.2 Abbaukriterium..... | 50 |
| 2.2.3 Aufbaukriterium | 51 |
| 3 Allgemeine Methoden der Kraftgrößenermittlung..... | 53 |
| 3.1 Die Methode der Gleichgewichtsbedingungen..... | 53 |
| 3.1.1 Gleichgewicht am Teilsystem..... | 53 |
| 3.1.2 Gleichgewicht am Tragwerksknoten | 55 |
| 3.2 Kinematische Methode..... | 57 |
| 3.2.1 Virtuelle Verrückungen | 58 |
| 3.2.2 Grundregeln der Kinematik | 59 |
| 3.2.3 Regeln für die Konstruktion des Polplans..... | 61 |
| 3.2.4 Der Ausnahmefall der Statik und Überprüfung der kinematischen Unverschieblichkeit | 63 |
| 3.2.5 Kraftgrößenberechnung mit dem Prinzip der virtuellen Verschiebungen | 64 |
| 3.3 Verlauf der Schnittgrößen (Zustandslinien) | 64 |

| | |
|---|------------|
| 3.4 Schnittgrößen infolge Vorspannung | 66 |
| 4 Grundformen der Tragwerke..... | 69 |
| 4.1 Statisch bestimmte ebene Stabwerke..... | 70 |
| 4.1.1 Einfeldträger | 70 |
| 4.1.2 Kragträger | 78 |
| 4.1.3 Einfeldträger mit Kragarm..... | 78 |
| 4.1.4 Gelenkträger und GERBERträger..... | 80 |
| 4.1.4.1 Das Verfahren der Gleichgewichts- und Nebenbedingungen..... | 81 |
| 4.1.4.2 Das Verfahren der Gelenkkräfte | 82 |
| 4.1.5 Rahmen und Bögen..... | 86 |
| 4.1.6 Dreigelenkrahmen und Dreigelenkbögen | 88 |
| 4.1.7 Verstärkte Balken | 91 |
| 4.2 Statisch bestimmte räumliche Systeme..... | 92 |
| 4.2.1 Lokale Koordinaten | 93 |
| 4.2.2 Statisch bestimmter räumlicher Rahmen (Beispiel)..... | 94 |
| 4.2.3 Statisch bestimmter Trägerrost (Beispiel) | 96 |
| 4.3 Fachwerke | 98 |
| 4.3.1 Ebene Fachwerke..... | 99 |
| 4.3.1.1 Einteilung der Fachwerke | 99 |
| 4.3.1.2 Schnittgrößen und Reaktionen statisch bestimmter ebener Fachwerke..... | 100 |
| 4.3.2 Räumliche Fachwerke..... | 105 |
| 4.4 Ausnutzung von Symmetrie und Antimetrie..... | 110 |
| 5 Verformungen statisch bestimmter Stabwerke..... | 113 |
| 5.1 Elastische und nichtelastische Verzerrungen..... | 113 |
| 5.1.1 Elastische Verzerrungen | 113 |
| 5.1.2 Temperaturwirkungen..... | 114 |
| 5.1.3 Kriechen..... | 116 |
| 5.1.4 Schwinden | 116 |
| 5.1.5 Zusammenfassung der Verzerrungen | 116 |
| 5.2 Formänderungsarbeit | 117 |
| 5.2.1 Verschiebungsarbeit | 119 |
| 5.2.2 Eigenarbeit..... | 120 |

| | |
|--|----------------|
| 5.2.3 Arbeitssatz | 121 |
| 5.3 Prinzip der virtuellen Arbeit | 122 |
| 5.3.1 Prinzip der virtuellen Verschiebungen..... | 122 |
| 5.3.2 Prinzip der virtuellen Kräfte | 124 |
| 5.4 Die Sätze von BETTI und MAXWELL..... | 124 |
| 5.4.1 Der Satz von BETTI..... | 124 |
| 5.4.2 Der Satz von MAXWELL | 125 |
| 5.5 Verformungen einzelner Tragwerkspunkte..... | 126 |
| 5.5.1 Grundgleichungen..... | 126 |
| 5.5.2 Federungen | 128 |
| 5.5.2.1 Allgemeines | 128 |
| 5.5.2.2 Dehnfedern | 129 |
| 5.5.2.3 Drehfedern | 132 |
| 5.5.2.4 Federarbeit | 133 |
| 5.5.3 Baugrundbewegungen | 133 |
| 5.5.4 Gesamtgleichung für die Einzelverformungen und baupraktische Vereinfachungen..... | 134 |
| 5.5.5 Die sechs Grundfälle der Verformungsberechnung..... | 136 |
| 5.5.6 Anwendung der M_i - M_k -Tafeln..... | 137 |
| 5.5.6.1 Allgemeines | 137 |
| 5.5.6.2 Beispiel: Knotenverschiebung infolge äußerer Lasten..... | 138 |
| 5.5.6.3 Beispiel: Knotenverdrehung infolge von Temperaturänderungen..... | 140 |
| 5.5.6.4 Beispiel: Verformung eines halbkreisförmigen Stabes..... | 141 |
| 5.5.7 Numerische Integration nach SIMPSON..... | 142 |
| 5.5.7.1 Die SIMPSONsche Regel..... | 142 |
| 5.5.7.2 Anwendungsbeispiel: Voutenträger..... | 143 |
| 5.5.8 Gebräuchliche Formeln für Einzelverformungen von Krag- und Einfeldträgern | 144 |
| 6 Biegelinien | 147 |
| 6.1 Allgemeines und Grundgleichungen..... | 147 |
| 6.2 Analytische Integration..... | 149 |
| 6.3 Das Verfahren der ω -Zahlen | 151 |
| 6.4 Die MOHRsche Analogie | 156 |

| | |
|--|------------|
| 7 Einflußlinien | 161 |
| 7.1 Definition..... | 161 |
| 7.2 Auswertungsformeln | 162 |
| 7.3 Einflußlinien für Kraftgrößen..... | 163 |
| 7.3.1 Grundlagen | 163 |
| 7.3.2 Analytische Methode für statisch bestimmte Stabwerke | 167 |
| 7.3.3 Kinematische Methode für statisch bestimmte Stabwerke | 170 |
| 7.4 Einflußlinien für Verformungen | 174 |
| 7.4.1 Grundlagen | 174 |
| 7.4.2 Einflußlinien für Verschiebungen..... | 175 |
| 7.4.3 Einflußlinien für Verdrehungen..... | 176 |
| 7.4.4 Zahlenbeispiel..... | 176 |
| 7.4.4.1 Einflußlinie „ w_r “..... | 177 |
| 7.4.4.2 Einflußlinie „ u_r “..... | 177 |
| 7.5 Auswertung von Einflußlinien..... | 178 |
| 7.5.1 Polygonale Einflußlinien | 178 |
| 7.5.2 Gekrümmte Einflußlinien | 180 |
| | |
| 8 Das Kraftgrößenverfahren zur Berechnung statisch unbestimmter Stabwerke | 183 |
| 8.1 Allgemeine Schreibweise für ebene Stabwerke..... | 183 |
| 8.2 Beispiel mit Berechnungsablauf..... | 186 |
| 8.3 Das Gleichungssystem des Kraftgrößenverfahrens und seine Lösung..... | 189 |
| 8.4 Ausnutzung von Symmetrie und Antimetrie..... | 190 |
| 8.5 Die Behandlung von Zwängungslastfällen | 197 |
| 8.5.1 Temperaturänderungen | 197 |
| 8.5.2 Vorgegebene Lagerbewegungen..... | 199 |
| 8.6 Grundformen statisch unbestimmter Tragwerke..... | 202 |
| 8.6.1 Durchlaufträger..... | 202 |
| 8.6.1.1 Ansatz der statisch Unbestimmten..... | 203 |
| 8.6.1.2 Schnittgrößenermittlung mit Hilfe von Tabellenwerken .. | 206 |

| | |
|--|------------|
| 8.6.1.3 Maßgebende Lastkombinationen | 206 |
| 8.6.1.4 Zahlenbeispiel: Dreifeldträger mit Stützensenkungen | 210 |
| 8.6.2 Ebene Rahmen | 213 |
| 8.6.2.1 Allgemeines zur Berechnung | 213 |
| 8.6.2.2 Beispiel: Einfacher Rahmen mit Zugband | 214 |
| 8.6.2.3 Einfache Rahmenformeln | 216 |
| 8.6.2.4 Bemessungsschnittgrößen..... | 216 |
| 8.6.3 Trägerroste..... | 219 |
| 8.6.3.1 Grundlagen | 219 |
| 8.6.3.2 Berechnungsbeispiel | 220 |
| 8.6.4 Räumliche Rahmen..... | 223 |
| 8.6.4.1 Grundlagen | 223 |
| 8.6.4.2 Berechnungsbeispiel | 224 |
| 8.6.4.3 Verdrehte Hauptquerschnittsachsen..... | 227 |
| 8.7 Verformungen statisch unbestimmter Systeme | 230 |
| 8.7.1 Einzelverformungen und Reduktionssatz | 230 |
| 8.7.2 Formänderungsproben | 232 |
| 8.7.3 Biegelinien..... | 233 |
| 8.8 Einflußlinien..... | 234 |
| 8.8.1 Einflußlinien für Kraftgrößen | 234 |
| 8.8.1.1 Benutzung eines statisch bestimmten Grundsystems..... | 235 |
| 8.8.1.2 Benutzung eines (n-1)fach statisch unbestimmten Systems..... | 236 |
| 8.8.1.3 Verwendung der Einflußlinien der statisch Unbestimmten | 240 |
| 8.8.2 Einflußlinien für Verformungen | 245 |
| 8.8.2.1 Allgemeines Vorgehen | 245 |
| 8.8.2.2 Beispiel: Einflußlinie für eine Knotenverdrehung | 246 |
| 8.9 Das Kraftgrößenverfahren am statisch unbestimmten Grundsystem | 248 |
| 8.10 Der elastische Schwerpunkt..... | 250 |
| 9 Das Drehwinkelverfahren | 253 |
| 9.1 Allgemeines | 253 |
| 9.2 Stabendmomente bei stabweise konstantem I..... | 255 |
| 9.2.1 Festeinspannmomente..... | 255 |
| 9.2.2 Stabendmomente infolge Knotendrehung..... | 256 |

| | |
|---|------------|
| 9.2.3 Stabendmomente infolge Stabverdrehung | 257 |
| 9.2.4 Zusammenfassung | 258 |
| 9.3 Das Gleichungssystem des Drehwinkelverfahrens | 259 |
| 9.3.1 Knotengleichungen | 259 |
| 9.3.2 Verschiebungsgleichungen | 260 |
| 9.4 Allgemeines Vorgehen | 262 |
| 9.5 Zahlenbeispiel: Elastisch unverschiebliches System | 264 |
| 9.6 Einflußlinien | 267 |
| 9.6.1 Einflußlinien für Kraftgrößen | 267 |
| 9.6.1.1 Beschreibung des Verfahrens | 267 |
| 9.6.1.2 Einflußlinie für die Normalkraft N_r | 269 |
| 9.6.1.3 Einflußlinie für das Biegemoment M_s | 272 |
| 9.6.1.4 Einflußlinie für die Querkraft Q_t | 274 |
| 9.6.2 Einflußlinien für Verformungen | 276 |
| 10 Hilfstafeln | 279 |
| Literatur | 289 |
| Sachverzeichnis | 291 |