

Ereignisdiskrete Systeme

Modellierung und Steuerung verteilter
Systeme

von

Prof. Dr.-Ing. Fernando Puentes León

Prof. Dr.-Ing. Uwe Kiencke

3., vollständig überarbeitete und ergänzte
Auflage

Oldenbourg Verlag München

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	XIII
1 Einleitung	1
1.1 Systeme	1
1.1.1 Systembegriff	1
1.1.2 Systemeigenschaften	2
1.1.3 Systembeschreibung im Zustandsraum	3
1.2 Ereignisdiskrete Systeme	6
1.3 Verteilte Systeme	10
1.4 Verteilte Steuerungen	12
1.4.1 Hierarchische Steuerungen	12
1.4.2 Verteilte kooperative Steuerungen	13
1.4.3 Hybride Systembeschreibung	15
1.4.4 Echtzeit und Lokalität	17
2 Systemmodellierung	19
2.1 Zustandsmodell	19
2.2 Modellklassen	20
2.3 Modellierung ereignisdiskreter Systeme	22
2.3.1 Zustandsmodelle	22
2.3.2 Automaten	26
2.4 Modellierung verteilter Systeme	28
2.4.1 Zerlegungsfähigkeit	28
2.4.2 Hierarchische Darstellung	29
2.4.3 Hybride Systemdarstellung	29
3 Graphentheorie	33
3.1 Grundlegende Begriffe	33
3.2 Beschreibung von Graphen und Digraphen durch Matrizen	37

3.3	Bäume	41
3.4	Baumalgorithmus	43
4	Markov-Theorie	47
4.1	Stochastische Zustandsmodelle ereignisdiskreter Systeme	47
4.1.1	Zufallsvariable	47
4.1.1.1	Stetige Zufallsvariable	48
4.1.1.2	Diskrete Zufallsvariable	49
4.1.2	Stochastische Prozesse	51
4.1.3	Verweilzeit in einem Zustand	52
4.1.4	Übergangsrate aus einem Zustand	58
4.1.5	Markov-Folge	61
4.1.6	Kausale Systeme	63
4.2	Zeitdiskrete Markov-Ketten	64
4.2.1	Markov-Eigenschaft	64
4.2.2	Zeitdiskrete Zustandsübergänge	65
4.2.3	Homogene zeitdiskrete Markov-Ketten	68
4.2.4	Stationäre Wahrscheinlichkeitsverteilung	71
4.2.5	Dynamik homogener zeitdiskreter Markov-Ketten	72
4.2.6	Zeitdiskrete Verweildauer in einem Zustand	85
4.2.7	Einteilung der Systemzustände	88
4.3	Zeitkontinuierliche Markov-Ketten	90
4.3.1	Markov-Eigenschaft	90
4.3.2	Wahrscheinlichkeitsdichte der Verweilzeit	91
4.3.3	Übergangsraten	93
4.3.4	Zusammenhang zwischen Übergangsratenmatrix und Übergangsrate ..	98
4.3.5	Homogene zeitkontinuierliche Markov-Ketten	99
4.3.6	Dynamik homogener zeitkontinuierlicher Markov-Ketten	101
4.3.7	Flussbalance zeitkontinuierlicher homogener Markov-Ketten	111
4.3.8	Geburts- und Todesprozess	112
4.3.9	Poisson-Prozess	115
4.4	Ereignisprozesse	119
4.4.1	Ereignisrate	119
4.4.2	Poisson-Ereignisprozess	122
4.4.3	Lebensdauer zufällig angetroffener Ereignisintervalle	124
4.4.4	Bestimmung der Ereignisrate	129
4.5	Semi-Markov-Prozesse	134
4.5.1	Eingebettete Markov-Ketten	134
4.5.2	Verallgemeinerte Semi-Markov-Prozesse	136

4.5.3	Lebensdauerverteilung überlagertter Poisson-Prozesse	137
4.5.4	Zustandsübergang mit einem bestimmten Ereignisprozess	138
5	Warteschlangensysteme	141
5.1	Ereignisprozesse und Kundenzahl	141
5.1.1	Grundlegende Begriffe	141
5.1.2	Das Gesetz von Little	143
5.1.3	Kundenzahl im Warteschlangensystem	145
5.2	Warteschlangensysteme mit Poisson-verteilten Kundenflüssen	147
5.2.1	M/M/1-Warteschlangensystem	147
5.2.2	M/M/m-Warteschlangensystem	153
5.2.3	M/E _r /1-Warteschlangensystem	157
5.2.4	M/H _r /1-Warteschlangensystem	160
5.2.5	Approximation beliebiger Verteilungen	162
5.2.6	M/M/1-Warteschlangensystem mit Rückkopplung	164
5.2.6.1	Modellierung als homogene zeitkontinuierliche Markov-Kette	165
5.2.6.2	Transformation der Flussbalance-Gleichungen	167
5.2.6.3	Berechnung der mittleren Kundenzahl im Rückwärtszweig	169
5.2.6.4	Berechnung der mittleren Kundenzahl im Vorwärtszweig	170
5.3	Warteschlangensysteme mit allgemeinen Verteilungen	171
5.3.1	Modellierung als eingebettete Markov-Kette	171
5.3.2	M/G/1-Warteschlangensysteme	173
5.3.3	G/M/1-Warteschlangensysteme	185
5.4	Warteschlangennetzwerke	197
5.4.1	Wahrscheinlichkeitsdichte der Verlassensintervalle eines M/M/1-Warteschlangensystems	198
5.4.2	Vereinigung und Verzweigung schleifenfreier Kundenflüsse	200
5.4.3	Übergangsraten in schleifenfreien M/M/1-Warteschlangennetzen	204
5.4.4	Übergangsraten in schleifenbehafteten G/M/1-Warteschlangennetzen	205
5.4.5	Stationäre Zustandsverteilung schleifenbehafteter G/M/1-Warteschlangennetze	210
6	Max-Plus-Algebra	217
6.1	Max-Plus-algebraische Struktur	217
6.1.1	Max-Plus-Algebra	218
6.1.2	Min-Plus-Algebra	220
6.1.3	Binäre Max-Plus-Algebra	222
6.1.4	Max-Plus-Matrix-Dioide	223
6.1.5	Erweiterte Matrix-Dioide	229

6.2	Ordnungen und Vollständigkeit in Dioiden	230
6.2.1	Algebraische Struktur eines Dioids	230
6.2.2	Die kommutativen Dioide $\mathbb{R}_{\max}, \mathbb{R}_{\min}$	232
6.2.3	Das Diod $\text{Sig}(\mathcal{D})$, ereignisdiskrete Signale	233
6.2.4	Das Diod $\mathcal{B}[[q, \vartheta]]$, Punktwolken ereignisdiskreter Signale	234
6.2.5	Das Matrix-Diod $\mathcal{D}^{n \times n}$	236
6.2.6	Begriffe aus der Ordnungstheorie	237
6.2.7	Geordnete Dioide	241
6.3	Gleichungslösung in Dioiden	243
6.3.1	Residuierbare Abbildungen	244
6.3.2	Duale Residuierung der Addition	247
6.3.3	Residuierung der Multiplikation	249
6.3.4	Residuierung für Matrixgleichungen	250
6.4	Der Stern-Operator in Dioiden	255
6.4.1	Gleichungslösung	255
6.4.2	Rekursive Berechnung für Matrizen	257
6.5	Max-Plus-Beschreibung von Digraphen	262
6.5.1	Matrix der maximalen Kantengewichte	262
6.5.1.1	Parallelschaltung von Digraphen	263
6.5.1.2	Serienschaltung von Digraphen	263
6.5.2	Matrix-Ungleichungen	267
6.5.3	Lineares Gleichungssystem	269
6.5.4	Erweitertes lineares Gleichungssystem	271
6.5.5	Iterative Systemgleichung	271
6.5.6	Pfade minimalen Summenkantengewichts	278
6.6	Eigenwert der Adjazenzmatrix	285
6.6.1	Maximales mittleres Summenschleifengewicht	285
6.6.2	Eigenvektoren	290
6.6.3	Berechnung des Eigenwertes	294
6.6.4	Rekursive Bestimmung des Eigenwertes	297
6.7	Spektraler Projektor	301
6.7.1	Definition und Eigenschaften	302
6.7.2	Linearkombination spektraler Projektoren	304
6.7.3	Zyklizität von Graphen	308
6.7.4	Konvergenz der Potenz normierter Matrizen	314
6.7.5	Iterative Systemgleichung bei Zyklizität $\gamma = 1$	327

7	Petri-Netze	333
7.1	Zeitdiskrete Petri-Netze	334
7.1.1	Definitionen	334
7.1.2	Netzinvarianten	342
7.1.2.1	Transitionsinvarianten	342
7.1.2.2	Platzinvarianten	345
7.1.3	Eigenschaften von Petri-Netzen	346
7.1.3.1	Erreichbarkeit	346
7.1.3.2	Beschränktheit und Sicherheit	347
7.1.3.3	Verklemmung	347
7.1.3.4	Lebendigkeit	348
7.1.4	Konkurrenzen und Konflikte	349
7.1.4.1	Vorwärtskonflikt	351
7.1.4.2	Rückwärtskonflikt	351
7.1.4.3	Konfliktlösung	351
7.1.5	Spezielle Petri-Netz-Klassen	352
7.1.5.1	Synchronisationsgraphen	352
7.1.5.2	Zustandsgraphen	353
7.2	Zeitkontinuierliche Petri-Netze	354
7.2.1	Zeitbewertung von Plätzen	354
7.2.2	Verzögerte Transitionen	355
7.2.2.1	Bedingung zum Schalten einer verzögerten Transition	356
7.2.2.2	Position der Marken während der Verzögerung	356
7.2.2.3	Reservierte und nicht reservierte Marken	357
7.2.2.4	Unterbrechbarkeit der Verzögerung	358
7.2.2.5	Behandlung der Verzögerungszeit nach Unterbrechungen	360
7.2.3	Petri-Netze mit stochastischen Zeitverzögerungen	362
7.2.4	Petri-Netze mit deterministischen Zeitverzögerungen	366
7.3	Gefärbte Petri-Netze	373
7.3.1	Aktivierungs- und Schaltregeln	374
7.3.2	Konflikte in gefärbten Petri-Netzen	378
7.3.2.1	Vorwärtskonflikt	378
7.3.2.2	Rückwärtskonflikt	378
7.3.3	Identische Funktion und Entfärbungsfunktion	379
7.4	Hierarchische Petri-Netze	382
7.4.1	Hierarchische Struktur	382
7.4.2	Verfeinerung einer Transition	383
7.4.3	Verfeinerung eines Platzes	384

7.4.4	Zeitbewertung in der hierarchischen Struktur	385
7.4.4.1	Zeitbewertete Plätze	386
7.4.4.2	Verzögerte Transitionen vom Typ I	386
7.4.4.3	Verzögerte Transitionen vom Typ II	387
7.5	Petri-Netz-Steuerungen	388
7.5.1	Synchronisierte Petri-Netze	388
7.5.2	Petri-Netz-Regler	391
7.5.3	Belegungsentscheidung nach der aktuellen Anforderung	393
7.5.4	Prädiktive Belegungsentscheidung nach minimaler Planverschiebung	395
7.6	Anwendungsbeispiel Verkehrsregelung	398
7.6.1	Hierarchisches Petri-Netz-Modell	398
7.6.2	Petri-Netz-Steuerung	400
8	Analyse verteilter Systeme	403
8.1	Flussberechnung in Kommunikationsnetzen	403
8.1.1	Mittlere Verzögerungen	403
8.1.2	Maximaler Fluss durch ein Netz	407
8.1.3	Algorithmus von Ford und Fulkerson	413
8.2	Analyse von Echtzeitsystemen mit Max-Plus-Dioiden	421
8.2.1	Systemaufteilung in Tasks	422
8.2.2	Berechnung der Abarbeitungsreihenfolge	423
8.2.3	Task-Ketten	426
8.2.4	Algebraische Systemdarstellung mit Max-Plus-Dioiden	429
8.2.5	Echtzeitanalyse	430
8.3	Fehlerkompensation in verteilten Systemen	438
8.3.1	Systemdarstellung	439
8.3.2	Eliminierung defekter Knoten	444
8.3.3	Funktionsverlagerung	445
8.3.4	Funktionssubstitution	448
9	Zeit in verteilten Systemen	453
9.1	Vektorzeit	453
9.1.1	Raum-Zeit-Diagramm	453
9.1.2	Kausalität in verteilten Systemen	458
9.1.2.1	Lokale Kausalität von Ereignissen	459
9.1.2.2	Globale Kausalität von Ereignissen	460
9.1.3	Logische Zeit in verteilten Systemen	462
9.1.4	Vektorzeit in verteilten Systemen	465
9.1.5	Konsistenz der Vektorzeit	467

9.1.6	Hasse-Diagramm	469
9.1.7	Ausschluss von Vektorzeiten und Pfaden im Hasse-Diagramm	474
9.2	Abbildung kausaler Auftragsstrukturen	478
9.2.1	Einführung	478
9.2.2	Abbildung von Auftragsstrukturen in Digraphen	479
9.2.3	Vereinfachung der graphischen Auftragsstruktur	482
9.2.4	Umsetzung der graphischen Auftragsstruktur in Vektorzeiten	485
9.2.5	Hierarchische, auf mehrere Objekte erweiterte Auftragsstruktur	490
9.2.6	Auftragsbearbeitung mit Max-Plus-Dioiden	494
A	Symbole und Tabellen	497
A.1	Symbolverzeichnis	497
A.1.1	Konventionen	497
A.1.2	Lateinische Symbole	497
A.1.3	Griechische Symbole	502
A.1.4	Sonstige Symbole	504
A.2	Tabellen	506
A.2.1	Berechnung von Momenten kontinuierlicher Zufallsvariabler	506
A.2.2	Berechnung von Momenten diskreter Zufallsvariabler	507
	Literaturverzeichnis	509
	Index	515