

Operations Research Verfahren Band II

Von Dr. Klaus Neumann
o. Professor für Operations Research
an der Universität Karlsruhe

unter Mitwirkung von
Dr. Martin Morlock, wiss. Assistent an der Universität Karlsruhe und
Dipl.-Math. Dieter Wolf, wiss. Mitarbeiter an der Universität Karlsruhe

mit 39 Abbildungen und
20 Tabellen

Inhaltsverzeichnis

Prinzipieller Aufbau der algorithmischen Beschreibungen von Verfahren	15
Verzeichnis der algorithmischen Beschreibungen.	17
Liste von häufig verwendeten Bezeichnungen.	19
KAPITEL 1 DYNAMISCHE OPTIMIERUNG.	21
§ 1 Diskrete dynamische Optimierung	23
1.1 Beispiele.	23
1.2 Aufgabenstellung	27
1.3 Die BELLMANsche Funktionalgleichung und das Optimalitätsprinzip	31
1.4 Lösungsverfahren für das Standardproblem (D).	34
1.4.1 Die BELLMANsche Funktionalgleichungsmethode	34
1.4.2 Ein Zahlenbeispiel.	37
1.4.3 Algorithmische Beschreibung der Funktionalgleichungsmethode	39
1.4.4 Umkehrung des Rechen Verlaufs.	42
1.5 Mengen möglicher Zustände und Veranschaulichung von Entscheidungsprozessen.	44
1.5.1 Definition und Bestimmung verschiedener Zustandsmengen	44
1.5.2 Veranschaulichung des Standardproblems (D) durch einen Digraphen	45
1.6 Modifizierte Problemstellungen.	47
1.6.1 Einfache Modifikationen der Standardaufgabe (D)	47
1.6.2 Aufteilungsprobleme.	47
1.6.3 Das Rucksackproblem.	49
1.6.4 Elimination der Steuerungen, kürzeste Wege in bewerteten Digraphen	52
1.6.5 Quadratische Zielfunktion und lineare dynamische Nebenbedingung	55
1.6.6 Allgemeine Form der BELLMANschen Funktionalgleichung	56
1.7 Sätze zur Theorie der diskreten dynamischen Optimierung	59
1.8 Reduzierung des Rechenaufwandes bei der numerischen Realisierung der Funktionalgleichungsmethode.	62
1.8.1 Das Halbierungsverfahren und die Methode des goldenen Schnittes bei der Minimumbestimmung	62
1.8.2 Abschätzung des Rechenaufwandes der Funktionalgleichungsmethode.	68
1.8.3 Das Suchschlauchverfahren.	71

§ 2	Unendlich-stufige Entscheidungsprozesse	.75
2.1	Aufgabenstellung	.75
2.2	Wertiteration	.77
2.3	Politikiteration	.83
2.4	Vergleich der Wertiteration und der Politikiteration	.87
2.5	Beispiel: Quadratische Produktionsglättung	.88
§ 3	Stochastische dynamische Optimierung	.93
3.1	Aufgabenstellung und BELLMANsche Funktionalgleichung	.93
3.2	Dynamische Sicherheitsäquivalente	.99
3.3	MARKOWSche Entscheidungsprozesse	.102
3.3.1	MARKOWsche Entscheidungsprozesse mit Diskontierung	.103
3.3.1.1	Wertiteration	.103
3.3.1.2	Politikiteration	.106
3.3.1.3	Beispiel: Ein Maschinenausfall- und Reparaturproblem	.108
3.3.2	MARKOWsche Entscheidungsprozesse ohne Diskontierung	.109
§4	Kontinuierliche dynamische Optimierung	.113
4.1	Zwei Beispiele	.113
4.2	Aufgabenstellung	.116
4.3	Existenz und Eindeutigkeit optimaler Steuerungen	.118
4.4	Näherungsweise Lösung des Standardproblems (K) mit Hilfe der BELLMANschen Funktionalgleichungsmethode	.123
4.4.1	Zerlegung des Planungszeitraumes in Teilintervalle (Formulierung der Aufgabe (K_n))	.123
4.4.2	Die BELLMANsche Funktionalgleichung und das Optimalitätsprinzip	.125
4.4.3	Lösungsverfahren für die Aufgabe (K_n)	.126
4.4.4	Ermittlung möglicher Anfangswerte	.128
4.4.5	Bemerkungen zur numerischen Realisierung der Funktionalgleichungsmethode	.129
4.5	Sätze zur Theorie der kontinuierlichen dynamischen Optimierung	.130
4.5.1	Existenz und Eindeutigkeit optimaler Steuerungen des Problems (K_n)	.130
4.5.2	Konvergenz der Näherungstreppenfunktionen gegen eine optimale Steuerung der Aufgabe (K)	.131
4.6	Die BELLMANsche partielle Differentialgleichung	.133
§ 5	Das PONTRJAGINSche Maximumprinzip	.140
5.1	Das Maximumprinzip und die Transversalitätsbedingung	.140
5.1.1	Aufgabenstellung	.140
5.1.2	Die erreichbare Menge	.142
5.1.3	Das Maximumprinzip	.143
5.1.4	Die Transversalitätsbedingung	.146
5.2	Lineare Probleme	.149
5.2.1	Zur Theorie linearer Probleme	.149

5.2.2	Lösung linearer Aufgaben ohne Zielbedingung	.153
5.2.3	Lösung linearer Aufgaben mit einem Zielpunkt	.157
5.3	Lösung nichtlinearer Probleme	.160
5.3.1	Spezielle nichtlineare Aufgaben	.160
5.3.2	Die konstruktive Nutzung des Maximumprinzips im allgemeinen nichtlinearen Fall	.162
5.3.3	Probleme mit beschränkten Zustandsvariablen	.165
5.4	Das Maximumprinzip und die Transversalitätsbedingung für diskrete dynamische Optimierungsprobleme	.166
§ 6	Gradientenverfahren und verallgemeinertes Maximumprinzip	.169
6.1	Formulierung des allgemeinen Optimierungsproblems (A)	.169
6.2	Gradientenverfahren	.172
6.2.1	Gradientenmethoden in HILBERT-Räumen	.172
6.2.2	Gradientenverfahren für das allgemeine Optimierungsproblem (A)	.177
6.2.3	Diskrete dynamische Optimierungsaufgaben	.182
6.2.4	Kontinuierliche dynamische Optimierungsprobleme	.186
6.3	Ein verallgemeinertes Maximumprinzip	.190
6.3.1	LAGRANGE-Funktional und Maximumprinzip	.190
6.3.2	Bezüglich der Zustandsvariablen lineare Probleme	.193
6.3.3	Politikiteration	.195
KAPITEL 2	LAGERHALTUNG	.202
§ 7	Beschreibung von Lagerhaltungssystemen	.203
§ 8	Losgrößenmodelle	.206
8.1	Das klassische Losgrößenmodell (HARRIS-WILSON-Modell)	.206
8.2	Modifikationen des HARRIS-WILSON-Modells	.209
8.3	Berücksichtigung von Mengenrabatten	.213
8.4	Mehrere gelagerte Güter	.214
§ 9	Ein deterministisches dynamisches Modell	.220
9.1	Problemstellung	.220
9.2	Das Verfahren von WAGNER und WHITIN	.223
9.3	Zahlenbeispiel und algorithmische Beschreibung des Verfahrens von WAGNER und WHITIN	.227
§ 10	Ein stochastisches Ein-Perioden-Modell (statisches Modell)	.230
10.1	Aufgabenstellung	.230
10.2	Berechnung einer optimalen Bestellpolitik	.232
§ 11	Stochastische Mehr-Perioden-Modelle (dynamische Modelle)	.239
11.1	Problemstellung	.239
11.2	Beschreibung zweier stationärer AHM-Modelle	.242
11.3	Optimale (s, S)-Bestellpolitik für Modell A	.245
11.4	Optimale (s, S)-Bestellpolitik für Modell B	.248
11.5	Ein nichtstationäres AHM-Modell	.254

11.6	Modelle mit unendlichem Planungshorizont	258
11.6.1	Stationäre unendlich-periodige Modelle mit und ohne Diskontierung	258
11.6.2	Berechnung einer optimalen (s, S)-Bestellpolitik im nicht diskontierten Fall	261
11.6.3	Ermittlung einer optimalen (s, S)-Bestellpolitik für den diskontierten Fall	269
11.6.4	Verhaltenscharakteristiken für das Modell ohne Diskontierung	272
11.7	Ein Modell mit Lieferverzögerung	276
11.8	Modelle mit beliebig verteilten Nachfragezeitpunkten	279
KAPITEL 3 SIMULATION		281
§ 12	Einführung in die Simulation	282
12.1	Zum Begriff der Simulation	282
12.2	Beispiel: Simulation eines Telefonsystems	285
§ 13	Erzeugung gleich verteilter Zufallszahlen	288
13.1	Vorbemerkungen	288
13.2	Methoden zur Erzeugung [0, 1]-gleichverteilter Zufallszahlen	289
13.3	Tests für [0, 1]-gleichverteilte Zufallszahlen	295
13.3.1	Untersuchung der Zufälligkeit einer Zufallszahlenfolge	296
13.3.1.1	Verteilung der n-Tupel aufeinanderfolgender Zufallszahlen	296
13.3.1.2	Empirische Tests	300
13.3.2	Test auf [0,1]-Gleichverteilung	304
§ 14	Erzeugung nicht gleichverteilter Zufallszahlen	306
14.1	Einfache Transformationen [0, 1]-gleichverteilter Zufallszahlen	306
14.2	Beliebige Verteilungen	310
14.3	Stetige Verteilungen	314
14.3.1	Verteilungen mit Dichten vom Exponentialtyp	314
14.3.2	Exponentialverteilung	318
14.3.3	Normalverteilung	321
14.3.4	Gammaverteilung und verwandte Verteilungen	325
14.4	Diskrete Verteilungen	332
14.4.1	Allgemeine diskrete Verteilungen	332
14.4.2	Geometrische Verteilung	338
14.4.3	Binomialverteilung	339
14.4.4	Poisson-Verteilung	341
14.5	Erzeugung mehrdimensionaler Zufallszahlen	349
14.5.1	Beliebig verteilte Zufallszahlen	349
14.5.2	Mehrdimensionale Normalverteilung	351

§15	Abbruchkriterien, Konfidenzintervalle und varianzreduzierende Methoden	354
15.1	Abbruchkriterien	354
15.2	Konfidenzintervalle für den Erwartungswert	357
15.3	Varianzreduzierende Methoden	358
§16	Simulationssprachen	361
KAPITEL 4 WARTESCHLANGEN		365
§ 17	Charakterisierung von Wartesystemen	366
§18	Die Wartesysteme $M M 1$ und $M M s$	370
18.1	Die Verteilung der Anzahl der Kunden im System	370
18.2	Mit dem Wartesystem $M M 1$ verbundene stochastische Prozesse	373
18.2.1	Der Ankunfts- und der Bedienungsprozeß	373
18.2.2	Der Warteprozeß	375
18.2.3	Eingebettete MARKOW-Ketten	380
18.3	Die Verteilung der Wartezeiten	383
18.4	Die Verteilung der Frei- und der Betriebsperioden	387
18.5	Auswahlordnungen	389
18.6	Modifikationendes Wartesystems $M M 1$	392
18.6.1	Ungeduldige Kunden	392
18.6.2	Endlicher Warteraum	394
18.7	Das Wartesystem $M M s$	396
18.7.1	Die Verteilung der Wartezeit und der Anzahl der Kunden im System	397
18.7.2	Besetzsysteme	399
18.7.3	Ein Maschinenreparaturproblem (Wartesystem $M M s$ mit endlichem Warteraum)	402
18.8	Mehrere Schalter in Serie	404
§19	ERLANG-verteilte Zwischenankunfts- und Bedienungszeiten	407
19.1	Das Wartesystem $M E_k 1$	408
19.2	Das Wartesystem $E_k M 1$	413
§20	Die Wartesysteme $M G 1$ und $G M 1$	417
20.1	Das Wartesystem $M G 1$	417
20.2	Das Wartesystem $G M 1$	420
§21	Das Wartesystem $G G 1$	423
21.1	Die LiNDLEYSche Integralgleichung	423
21.1.1	Herleitung der LiNDLEYSchen Integralgleichung	423
21.1.2	Numerische Lösung der LiNDLEYSchen Integralgleichung	426
21.2	Simulation der MARKOV-Kette $(W; \{g_i\})$	429
21.3	Abschätzungen für die mittlere Wartezeit im Gleichgewichtsfall	432
21.4	Die Formel „ $L=XW$ “	435

§ 22 Optimale Auslegung von Wartesystemen	437
22.1 Einige elementare Modelle zur kostenminimalen Auslegung von Wartesystemen	437
22.1.1 Modell 1 - Steuervariable ξ	437
22.1.2 Modell 2 - Steuervariablen n und s	438
22.1.3 Modell 3 - Steuervariablen X und s	440
22.2 Optimale Steuerung von Wartesystemen als dynamisches Opti- mierungsproblem	443
Anhang	450
A.1 Stochastische Prozesse.	450
A.2 Das STIELTJES-Integral	459
A.3 Begriffe und Sätze aus der Analysis.	462
A.4 Normierte und unitäre Räume.	464
A.5 Metrische Räume.	470
Literaturverzeichnis.	472
Namen- und Sachverzeichnis.	474