

Martin Brandenburg

# Einführung in die Kategorientheorie

Mit ausführlichen Erklärungen  
und zahlreichen Beispielen

 Springer Spektrum

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Kategorien</b>	<b>9</b>
2.1	Motivation . . . . .	9
2.2	Der Begriff der Kategorie . . . . .	11
2.3	Isomorphismen . . . . .	21
2.4	Kommutative Diagramme . . . . .	25
2.5	Initiale und finale Objekte . . . . .	31
2.6	Konstruktionen mit Kategorien . . . . .	35
2.7	Aufgaben . . . . .	43
<b>3</b>	<b>Funktoren und ihre Morphismen</b>	<b>49</b>
3.1	Motivation . . . . .	49
3.2	Der Begriff des Funktors . . . . .	52
3.3	Isomorphismen von Kategorien . . . . .	58
3.4	Morphismen von Funktoren . . . . .	62
3.5	Die Kategorie der Funktoren . . . . .	68
3.6	Äquivalenzen von Kategorien . . . . .	72
3.7	Aufgaben . . . . .	79
<b>4</b>	<b>Exkurs: Algebraische Strukturen</b>	<b>85</b>
4.1	Typen von Strukturen . . . . .	85
4.2	Unterstrukturen . . . . .	90
4.3	Quotientenstrukturen . . . . .	91
4.4	Freie Strukturen . . . . .	94
4.5	Aufgaben . . . . .	101
<b>5</b>	<b>Universelle Eigenschaften</b>	<b>105</b>
5.1	Motivation . . . . .	105
5.2	Darstellbare Funktoren . . . . .	106
5.3	Exkurs über Tensorprodukte . . . . .	115
5.4	Anwendungen des Yoneda-Lemmas . . . . .	119
5.5	Verallgemeinerte Elemente . . . . .	127
5.6	Aufgaben . . . . .	130

<b>6</b>	<b>Limites und Kolimites</b>	<b>135</b>
6.1	Motivation . . . . .	135
6.2	Einführung in Limites . . . . .	137
6.3	Einführung in Kolimites . . . . .	147
6.4	Konstruktion von Limites . . . . .	153
6.5	Konstruktion von Kolimites . . . . .	159
6.6	Vertauschen von Limites . . . . .	170
6.7	Mono- und Epimorphismen . . . . .	178
6.8	Freyds Kriterium für Darstellbarkeit . . . . .	185
6.9	Aufgaben . . . . .	188
<b>7</b>	<b>Adjunktionen</b>	<b>193</b>
7.1	Motivation . . . . .	193
7.2	Der Begriff der Adjunktion . . . . .	194
7.3	Der Zusammenhang zu Limites . . . . .	200
7.4	Vergissfunktoren und freie Funktoren . . . . .	206
7.5	Fixpunkte und Galois-Verbindungen . . . . .	210
7.6	Reflektive Unterkategorien . . . . .	215
7.7	Aufgaben . . . . .	219
<b>8</b>	<b>Monoidale Kategorien</b>	<b>223</b>
8.1	Überblick . . . . .	223
8.2	Gruppenobjekte . . . . .	224
8.3	Der Begriff der monoidalen Kategorie . . . . .	233
8.4	Monoidale Funktoren . . . . .	241
8.5	Der Kohärenzsatz . . . . .	245
8.6	Monoidobjekte . . . . .	252
8.7	Symmetrisch monoidale Kategorien . . . . .	259
8.8	Kommutative Monoidobjekte . . . . .	263
8.9	Angereicherte Kategorien . . . . .	266
8.10	Aufgaben . . . . .	270
<b>9</b>	<b>Koervollständigung</b>	<b>275</b>
9.1	Überblick . . . . .	275
9.2	Koenden . . . . .	276
9.3	Enden . . . . .	284
9.4	Koervollständigung . . . . .	287
9.5	Kan-Erweiterungen . . . . .	294
9.6	Aufgaben . . . . .	300
	<b>Anhang A Überblick zu universellen Eigenschaften</b>	<b>305</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>309</b>
	<b>Symbolverzeichnis</b>	<b>315</b>
	<b>Index</b>	<b>319</b>