

W. Scharlau H. Opolka

Von Fermat bis Minkowski

Eine Vorlesung über Zahlentheorie
und ihre Entwicklung

Mit 13 Abbildungen

Springer-Verlag
Berlin Heidelberg New York 1980

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	V
Literaturverzeichnis	X
1. <u>Die Anfänge</u>	1
2. <u>Fermat</u>	6
Biographisches	6
Zahlentheoretische Sätze von Fermat	8
Beweis des Zwei-Quadrate-Satzes	11
Fermatsche (Pellsche) Gleichung	13
"Fermatsches Problem"	15
Literaturhinweise	15
3. <u>Euler</u>	17
Summation einiger Reihen	17
Bernoulli-Zahlen	18
Trigonometrische Funktionen	22
Biographisches	26
Zetafunktion	28
Partitionen	30
Verschiedenes	35
Literaturhinweise	37
4. <u>Lagrange</u>	38
Biographisches	38
Binäre quadratische Formen	41
Reduktion der (positiv) definiten Formen	44
Reduktion der indefiniten Formen	49
Darstellbarkeit von Primzahlen	50
Lösung der Fermatschen (Pellschen) Gleichung und Theorie der Kettenbrüche	53
Literaturhinweise	71

<u>Legendre</u>	72
Legendre-Symbol, Quadratisches Reziprozitätsgesetz	72
Darstellung von Zahlen durch binäre quadratische Formen und quadratisches Reziprozitätsgesetz	74
Biographisches	76
$ax^2 + by^2 + cz^2 = 0$	
Die Gleichung $ax^2 + by^2 + cz^2 = 0$	77
Legendres "Beweis" des quadratischen Reziprozitätsgesetzes	79
Literaturhinweise	80
<u>Gauß</u>	81
Kreisteilung	81
Gaußsche Summen	83
Beweis des quadratischen Reziprozitätsgesetzes mit Kenntnis des Vorzeichens der Gaußschen Summen	85
und ohne Kenntnis desselben	88
Ring der ganzen Gaußschen Zahlen	90
Zetafunktion zum Ring der ganzen Gaußschen Zahlen	93
Ring der ganzen Zahlen im quadratischen Zahlkörper	97
Zetafunktion zum Ring der ganzen Zahlen im quadratischen Zahlkörper	105
Theorie der binären quadratischen Formen	105
(Engere) Klassengruppe eines quadratischen Zahlkörpers	113
Biographisches	119
Literaturhinweise	124
<u>Fourier</u>	125
Über Gott und die Welt	125
Fourier-Reihen	129
Summen von drei Quadraten und Laplace-Operator	133
Literaturhinweise	134
<u>Dirichlet</u>	135
Berechnung der Gaußschen Summen	135
Primzahlen in arithmetischen Progressionen	139
Nichtverschwinden der L-Reihe an der Stelle 1	143
(a) Funktionentheoretischer Beweis von Landau	144
(b) Dirichlets Nachweis durch direkte Berechnung	150
Analytische Klassenzahlformel	160
Zetafunktion eines quadratischen Zahlkörpers mit Klassenzahl 1	165
Zerlegungsgesetz für Primzahlen in einem quadratischen Zahlkörper mit Klassenzahl 1	169
Zerlegung der Zetafunktion und Residuum	173

Bemerkungen zum Fall beliebiger Klassenzahl	176
Biographisches	179
Literaturhinweise	186
9. <u>Von Hermite bis Minkowski</u>	187
Bilineare Räume	187
Minima positiv definiter quadratischer Formen	
(a) nach Hermite	189
(b) nach Minkowski	194
Gitterpunktsatz von Minkowski	197
und Anwendungen	198
Biographisches	201
Extreme Gitter	204
Literaturhinweise	208
10. <u>Ausblick: Reduktionstheorie</u>	209
Vorbetrachtungen über das Volumen des reduzierten Raumes	
und asymptotisches Wachstumsverhalten	
der Klassenzahl positiv definiter Formen	210
Volumen des homogenen Raumes $SL(n, 3R) / SL(n, ffi)$	213
Volumen des reduzierten Raumes	216
Literaturhinweise	219
Namen- und Sachverzeichnis	221