

Hannes Stoppel
Birgit Griese



© 2008 [AGI-Information Management Consultants](#)
May be used for personal purposes only or by
libraries associated to [dandelion.com](#) network.

Übungsbuch zur Linearen Algebra

Aufgaben und Lösungen



Inhaltsverzeichnis

I	Aufgaben	1
0	Lineare Gleichungssysteme	3
0.3	Ebenen und Geraden im Standardraum \mathbb{R}^3	3
0.4	Das Eliminationsverfahren von GAUSS.	4
1	Grundbegriffe	7
1.1	Mengen und Abbildungen	7
1.2	Gruppen	8
1.3	Ringe, Körper und Polynome	9
1.4	Vektorräume	11
1.5	Basis und Dimension	12
1.6	Summen von Vektorräumen*	14
2	Lineare Abbildungen	16
2.1	Beispiele und Definitionen	16
2.2	Bild, Fasern und Kern, Quotientenvektorräume*	17
2.3	Lineare Gleichungssysteme	18
2.4	Lineare Abbildungen und Matrizen	20
2.5	Multiplikation von Matrizen	21
2.6	Koordinatentransformationen	24
2.7	Elementarmatrizen und Matrizenumformungen	25
3	Determinanten	28
3.1	Beispiele und Definitionen	28
3.2	Existenz und Eindeutigkeit	30
3.3	Minoren*	32
3.4	Determinante eines Endomorphismus und Orientierung*	33
4	Eigenwerte	35
4.1	Beispiele und Definitionen	35
4.2	Das charakteristische Polynom	36
4.3	Diagonalisierung	36
4.4	Trigonalisierung*	38
4.5	Potenzen eines Endomorphismus*	38
4.6	Die Jordansche Normalform*	39

vm

Euklidische und unitäre Vektorräume	43
5.1 Das kanonische Skalarprodukt im \mathbb{R}^n .	43
5.2 Das Vektorprodukt im \mathbb{R}^3 .	46
5.3 Das kanonische Skalarprodukt im \mathbb{C}^n .	48
5.4 Bilinearformen und Sesquilinearformen.	48
5.5 Orthogonale und unitäre Endomorphismen.	50
5.6 Selbstadjungierte Endomorphismen*.	51
5.7 Hauptachsentransformation*.	52
Dualität*	54
6.1 Dualräume.	54
6.2 Dualität und Skalarprodukte.	54
6.3 Tensorprodukte*.	55
6.4 Multilineare Algebra*.	59
II Lösungen	63
0 Lineare Gleichungssysteme	65
0.3 Ebenen und Geraden im Standardraum \mathbb{R}^3 .	65
0.4 Das Eliminationsverfahren von GAUSS.	68
1 Grundbegriffe	73
1.1 Mengen und Abbildungen.	73
1.2 Gruppen.	79
1.3 Ringe, Körper und Polynome.	83
1.4 Vektorräume.	90
1.5 Basis und Dimension.	97
1.6 Summen von Vektorräumen*.	105
2 Lineare Abbildungen	108
2.1 Beispiele und Definitionen.	108
2.2 Bild, Fasern und Kern, Quotientenvektorräume*.	111
2.3 Lineare Gleichungssysteme.	115
2.4 Lineare Abbildungen und Matrizen.	119
2.5 Multiplikation von Matrizen.	123
2.6 Koordinatentransformationen.	133
2.7 Elementarmatrizen und Matrixumformungen.	137

3	Determinanten	142
3.1	Beispiele und Definitionen	142
3.2	Existenz und Eindeutigkeit	147
3.3	Minoren*	162
3.4	Determinante eines Endomorphismus und Orientierung*	168
4	Eigenwerte	173
4.1	Beispiele und Definitionen	173
4.2	Das charakteristische Polynom	175
4.3	Diagonalisierung	178
4.4	Trigonalisierung*	184
4.5	Potenzen eines Endomorphismus*	188
4.6	Die Jordansche Normalform*	190
5	Euklidische und unitäre Vektorräume	203
5.1	Das kanonische Skalarprodukt im \mathbb{R}^n	203
5.2	Das Vektorprodukt im \mathbb{R}^3	209
5.3	Das kanonische Skalarprodukt im \mathbb{C}^n	213
5.4	Bilinearformen und Sesquilinearformen	215
5.5	Orthogonale und unitäre Endomorphismen	228
5.6	Selbstadjungierte Endomorphismen*	233
5.7	Hauptachsentransformation*	237
6	Dualität*	241
6.1	Dualräume	241
6.2	Dualität und Skalarprodukte	242
6.3	Tensorprodukte*	246
6.4	Multilineare Algebra	257
	Literaturverzeichnis	266
	Sachwortverzeichnis	268