

Rainer Wüst

# Mathematik

für Physiker und Mathematiker

2., überarbeitete Auflage

Band 2:  
Analysis im Mehrdimensionalen und  
Einführungen in Spezialgebiete

 **WILEY-VCH**

# Inhaltsverzeichnis

## Band 2

<b>16 Abbildungen aus dem <math>\mathbb{R}^m</math> in den <math>\mathbb{R}^n</math></b>	<b>581</b>
16.1 Beispiele . . . . .	581
16.2 Die Topologie des $\mathbb{R}^n$ . . . . .	583
16.3 Grenzwerte und Stetigkeit bei Abbildungen aus dem $\mathbb{R}^m$ in den $\mathbb{R}^n$ . . . . .	596
<b>17 Differentiation bei Abbildungen aus <math>\mathbb{R}^m</math> nach <math>\mathbb{R}^n</math></b>	<b>610</b>
17.1 Differenzierbarkeit von Abbildungen . . . . .	610
17.2 Partielle Differentiation und Kriterien für Differenzierbarkeit . . . . .	616
17.3 Rechenregeln für die Differentiation . . . . .	622
17.4 Gradient – Richtungsableitung – Bemerkungen zu „Differentialen“ – ein Mittelwertsatz . . . . .	628
17.5 Höhere partielle Ableitungen . . . . .	638
17.6 Umkehrabbildungen – implizite Funktionen . . . . .	657
17.7 Der Gradient in Kugelkoordinaten . . . . .	679
<b>18 Kurvenintegrale</b>	<b>687</b>
18.1 Kurven . . . . .	687
18.2 Definition von Kurvenintegralen . . . . .	693
18.3 Länge von Kurven . . . . .	701
18.4 Wegunabhängigkeit – konservative Felder – Potentialfelder . . . . .	713
18.5 Rotation von Feldern . . . . .	724
<b>19 Integration im <math>\mathbb{R}^m</math></b>	<b>746</b>
19.1 Definition von Integralen über Quadern im $\mathbb{R}^m$ (Mehrfachintegrale) . . . . .	746
19.2 Integration über Jordan-Bereichen, Berechnung von Integralen durch iterierte Integrale . . . . .	771
19.3 Uneigentliche Integrale im $\mathbb{R}^m$ . . . . .	784
19.4 Transformation von Integralen im $\mathbb{R}^m$ . . . . .	797
<b>20 Oberflächenintegrale</b>	<b>833</b>
20.1 Hyperflächen im $\mathbb{R}^m$ – Tangentialebene . . . . .	833
20.2 Flächeninhalt – Integrale über Flächen . . . . .	840
20.3 Orientierte Flächen – Fluß . . . . .	855

<b>21 Integralsätze</b>	<b>860</b>	<b>2</b>
21.1 Divergenz und Gauß'scher Satz . . . . .	860	
21.2 Stokes'scher Satz im $\mathbb{R}^2$ und $\mathbb{R}^3$ . . . . .	891	
<b>22 Funktionentheorie</b>	<b>904</b>	
22.1 Holomorphe Funktionen . . . . .	904	
22.2 Konforme Abbildungen – Möbius-Transformationen . . . . .	911	
22.3 Integralsätze der Funktionentheorie – Residuen . . . . .	922	
22.4 Potenzreihen- und Laurent-Reihendarstellungen holomorpher Funktionen . . . . .	932	I
22.5 Berechnung von Integralen mit der Residuenmethode . . . . .	948	
22.6 Matrix-wertige holomorphe Abbildungen – Jordan-Normalform von Matrizen . . . . .	956	I
<b>23 Gewöhnliche Differentialgleichungen: Lösungen und Lösungsmethoden</b>	<b>979</b>	S
23.1 „Lösung“ einer Differentialgleichung . . . . .	979	I
23.2 Richtungsfeld – Maximal fortgesetzte Lösungen . . . . .	981	
23.3 Differentialgleichungen mit getrennten Variablen . . . . .	984	
23.4 Die lineare Differentialgleichung 1. Ordnung – Bernoulli-Differentialgleichung . . . . .	993	
23.5 Die exakte Differentialgleichung – Multiplikatoren . . . . .	998	
23.6 Die lineare Differentialgleichung 2. Ordnung . . . . .	1004	
<b>24 Existenz und Eindeutigkeit von Lösungen von Anfangswertproblemen</b>	<b>1012</b>	
24.1 Differentialgleichungen $n$ -ter Ordnung und Differentialgleichungssysteme . . . . .	1012	
24.2 Gleichmäßige Konvergenz und Banach-Räume . . . . .	1018	
24.3 Ein Existenz- und Eindeutigkeitssatz – Banach'scher Fixpunktsatz . . . . .	1025	
24.4 Abhängigkeit der Lösungen von den Anfangswerten . . . . .	1033	
<b>25 Lineare Differentialgleichungssysteme 1. Ordnung</b>	<b>1037</b>	
25.1 Existenz und Eindeutigkeit von Lösungen – Struktur der Lösungsgesamtheit . . . . .	1037	
25.2 Lineare Differentialgleichungssysteme mit konstanten Koeffizienten . . . . .	1052	
<b>26 Hilbert – Weierstraß – Fourier</b>	<b>1070</b>	
26.1 Funktionenräume als Prä-Hilbert- und Hilbert-Räume . . . . .	1070	
26.2 Orthonormalsysteme – (Prä-) Hilbert-Raum-Basis . . . . .	1075	
26.3 Der Weierstraß'sche Approximationssatz . . . . .	1082	
26.4 Fourier-Reihen . . . . .	1095	
26.5 Fourier-Transformation auf dem Schwartz-Raum . . . . .	1123	

<b>27 Lineare partielle Differentialgleichungen zweiter Ordnung</b>	<b>1141</b>
27.1 Beispiele . . . . .	1141
27.2 Die eindimensionale Wellengleichung . . . . .	1143
27.3 Die Wellengleichung im $\mathbb{R}^3$ und im $\mathbb{R}^2$ . . . . .	1157
27.4 Potentialgleichung – Green’sche Funktion . . . . .	1171
27.5 Mittelwerteigenschaften und Maximum-Prinzip harmonischer Funktionen . . .	1185
27.6 Green’sche Funktion und Eigenfunktionen des Laplace-Operators . . . . .	1188
27.7 Wärmeleitungsgleichung und Schrödinger-Gleichung, Separationsmethoden . .	1198
<b>Hinweise zu den Aufgaben</b>	<b>1211</b>
<b>Literatur</b>	<b>1225</b>
<b>Symbolliste</b>	<b>1227</b>
<b>Index</b>	<b>1229</b>