

Hans Walser

Statistik für Naturwissenschaftler

Haupt Verlag
Bern · Stuttgart · Wien

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	13
1 Beschreibende Statistik	15
1.1 Mittelwerte	15
1.1.1 Minimum der Abstände	15
1.1.2 Der Median	18
1.1.3 Quantile	18
1.1.4 Boxplot	19
1.1.5 Minimum der Quadrate der Abstände	23
1.1.6 Das arithmetische Mittel	24
1.1.7 Empirische Varianz und Standardabweichung	26
1.2 Präsentationen	28
1.3 Absolut und relativ	31
1.3.1 Beispiel: Wachstum einer Stadt	33
1.3.2 Beispiel: Altersverteilung	34
1.4 Skalen	37
1.4.1 Nominale Skala	37
1.4.2 Ordinale Skala	38
1.4.3 Intervallskala	38
1.4.4 Verhältnisskala	39
1.5 Ergänzungen	40
1.5.1 Quantile	40
1.6 Lösung der Fragen	43
1.7 Zusammenfassung	50
2 Regressionsgerade und Korrelation	52
2.1 Die Regressionsgerade	52
2.1.1 Problemstellung	53
2.1.2 Berechnung der Regressionsgeraden	54
2.1.3 Relative Koordinaten	55
2.1.4 Empirische Varianz und Kovarianz	56

2.2	Korrelationsrechnung	57
2.2.1	Empirischer Korrelationskoeffizient	57
2.2.2	Eine geometrische Idee	57
2.2.3	Beispiel	59
2.2.4	Rangkorrelation	62
2.3	Ergänzungen	66
2.3.1	Der Name «Regressionsgerade»	66
2.3.2	Methode der kleinsten Quadrate	67
2.3.3	Korrelationskoeffizient nach Pearson	68
2.3.4	Korrelationskoeffizient nach Spearman	68
2.3.5	Vertauschung der Koordinaten?	69
2.3.6	Nichtlineare Trendlinien	72
2.3.7	Großvaters Lexikon	76
2.4	Lösung der Fragen	79
2.5	Zusammenfassung	85
3	Stochastische Unabhängigkeit	87
3.1	Bedingte Wahrscheinlichkeit	87
3.1.1	Beispiel: Falscher Alarm	87
3.1.2	Beispiel: HIV-Test	90
3.2	Stochastische Unabhängigkeit	92
3.2.1	Beispiele: Drei verschiedene Krankheiten	92
3.2.2	Definition	96
3.3	Ergänzungen	97
3.3.1	Thomas Bayes	97
3.3.2	Beispiel: Feueralarm – meist viel Rauch um nichts	97
3.3.3	Beispiel: Tumor-Früherkennung	98
3.3.4	Beispiel: Eine vererbte Krankheit	98
3.4	Lösung der Fragen	100
3.5	Zusammenfassung	105
4	Erwartungswert	106
4.1	Überlebenszeit	106

4.2	Zufallsgröße	107
4.2.1	Lohnt sich die Garantie?	107
4.2.2	Definition der Zufallsgröße.	108
4.3	Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung	113
4.3.1	Erwartungswert einer Zufallsgröße	113
4.3.2	Varianz und Standardabweichung einer Zufallsgröße.	114
4.4	Kombination von Zufallsgrößen	116
4.4.1	Linearkombination zweier Zufallsgrößen	116
4.4.2	Produkt zweier Zufallsgrößen	117
4.4.3	Zusammenstellung der Regeln.	119
4.4.4	Standardabweichung und Standardfehler	123
4.5	Ergänzungen	124
4.5.1	Gewinnstrategie?	124
4.5.2	Das Spiel mit dem Risiko	127
4.5.3	Das ominöse $n - 1$ bei der Standardabweichung.	130
4.6	Lösung der Fragen	132
4.7	Zusammenfassung	135
5	Binomialverteilung	136
5.1	Die Qual der Wahl: Binomialkoeffizienten.	136
5.1.1	Ordnung muss sein.	136
5.1.2	Auswählen und Anordnen	137
5.1.3	Muss Ordnung sein?	138
5.2	Bernoulli-Ketten.	141
5.2.1	Beispiel: Augenzahl fünf.	142
5.3	Binomialverteilung	145
5.3.1	Grundformel.	145
5.3.2	Summative Binomialverteilung	146
5.3.3	Erwartungswert und Varianz.	148
5.4	Ergänzungen	150
5.4.1	Jacob Bernoulli	150
5.4.2	Trinomische Verteilung	151
5.4.3	Harmonisches Dreieck	152

5.5	Lösung der Fragen	154
5.6	Zusammenfassung	158
6	Normalverteilung	159
6.1	Approximation der Binomialverteilung.	159
6.2	Lokaler Grenzwertsatz von de Moivre und Laplace	163
6.2.1	Etwas Analysis.	164
6.2.2	Anwendung der Tabelle	165
6.2.3	Faustregeln.	171
6.2.4	Große Zahlen	173
6.2.5	Der kontinuierliche Fall: Wahrscheinlichkeitsdichte	174
6.3	Ergänzungen	178
6.3.1	Menschen machen Mathematik	178
6.3.2	Die Frage der «Halb-Korrektur».	180
6.3.3	Manipulationen an Funktionen	181
6.3.4	Integral über die Normalverteilung.	184
6.3.5	Zum Nachdenken.	186
6.4	Lösung der Fragen	186
6.5	Zusammenfassung	190
7	Poisson-Verteilung	192
7.1	Seltene Ereignisse	192
7.2	Bedeutung von λ	194
7.3	Ergänzungen	197
7.3.1	Suizidhäufigkeit	197
7.3.2	Erwartungswert und Varianz.	198
7.3.3	Vergleich mit Binomialverteilung	199
7.3.4	Binomialverteilung und Poisson-Verteilung	200
7.4	Lösung der Fragen	202
7.5	Zusammenfassung	207

8 Testen von Hypothesen	208
8.1 Wirkt das Medikament?	208
8.1.1 Fehlermöglichkeiten	210
8.1.2 Ist die Münze gefälscht?	213
8.2 Ergänzungen	218
8.2.1 John Arbuthnot	218
8.2.2 Spamfilter.	219
8.2.3 Indirekter Beweis und statistische Signifikanz	220
8.3 Lösung der Fragen	220
8.4 Zusammenfassung	224
9 Die Studentsche t-Verteilung: Der Varianzenquotienten-Test	225
9.1 Mittelwert einer Stichprobe	225
9.1.1 Vertrauensintervall.	225
9.2 Vergleich der Mittelwerte zweier Normalverteilungen	230
9.2.1 Unabhängige Stichproben.	230
9.2.2 Gepaarte Stichproben	232
9.3 Der Varianzenquotienten-Test	234
9.4 Ergänzungen	237
9.4.1 Freiheitsgrade	237
9.4.2 William Sealy Gosset.	238
9.5 Lösung der Fragen	238
9.6 Zusammenfassung	245
10 Der Wilcoxon-Mann-Whitney-Test	247
10.1 Ein Rangtest	247
10.2 Signifikanzschranken	251
10.3 Ergänzungen.	253
10.3.1 Personen und Namen	253
10.3.2 Kontrollmöglichkeit	253
10.3.3 Ein merkwürdiges Beispiel	254

10.3.4	Symmetrie	254
10.3.5	Umkehrung der Rangierung	255
10.4	Lösung der Fragen	256
10.5	Zusammenfassung	260
11	Korrelations-Analyse	261
11.1	Korrelationskoeffizient von Pearson	261
11.1.1	Korrelieren die Blutdruckwerte von Partnern?.	261
11.1.2	Bivariate Normalverteilung.	263
11.1.3	Signifikanztest für die Nullhypothese	263
11.2	Vorgehen nach Spearman.	265
11.3	Lösung der Fragen	268
11.4	Zusammenfassung	274
12	Der Chi-Quadrat-Test	275
12.1	Vierfelder-Tafel	275
12.1.1	Beispiel	275
12.1.2	Allgemein	278
12.1.3	Gebrauch der Tabelle	279
12.1.4	Der exakte Test von Fisher	280
12.2	Mehr als vier Felder	282
12.3	Ergänzungen.	284
12.3.1	Formelturnen	284
12.3.2	Prozente, Prozente, Prozente.	286
12.3.3	Sonderfälle beim Chi-Quadrat-Test	287
12.4	Lösung der Fragen	288
12.5	Zusammenfassung	290
13	Vertrauensintervall	291
13.1	Beispiel	291
13.1.1	Wer sucht, der findet.	291
13.1.2	Allgemein	295

13.2	Grobe Schätzung	296
13.3	Lösung der Fragen	297
13.4	Zusammenfassung	298
14	Tabellen	299
14.1	Fakultäten	299
14.2	Binomialkoeffizienten	300
14.3	Binomische Verteilung.	301
14.3.1	Binomische Verteilung (ohne Summation)	302
14.3.2	Summierte binomische Verteilung	305
14.3.3	Summierte binomische Verteilung, $p = q = 0.5$	308
14.4	Normalverteilung.	310
14.5	Studentsche t -Verteilung	312
14.5.1	Mittelwert einer Stichprobe: Vertrauensintervall	312
14.5.2	Vergleich der Mittelwerte zweier Normalverteilungen	312
14.6	Schranken der F -Verteilung für das Signifikanzniveau 5 %	315
14.7	Wilcoxon-Mann-Whitney-Test: Kritische untere Schranken	321
14.7.1	Signifikanzniveau 2.5 %, einseitig; Signifikanzniveau 5 %, zweiseitig	322
14.7.2	Signifikanzniveau 5 %, einseitig; Signifikanzniveau 10 %, zweiseitig	323
14.8	Korrelationsanalyse.	324
14.8.1	Kritische Werte für den Korrelationskoeffizienten nach Pearson	324
14.8.2	Kritische Werte für den Korrelationskoeffizienten nach Spearman	325
14.9	Chi-Quadrat-Tabelle	326
	Literatur.	327
	Register	328