

Inhaltsverzeichnis

1	Matrix-Theorie	1
1.1	Matrizen und Vektoren	1
1.2	Matrixverknüpfungen	4
1.2.1	Gleichheit und Addition	4
1.2.2	Skalare Multiplikation	5
1.2.3	Matrizenmultiplikation	5
1.2.4	Zeilen- und Spaltensumme	7
1.2.5	Vektorprodukte	7
1.2.6	Norm eines Vektors und geometrische Definition des Skalarprodukts	8
1.2.7	Orthogonale und orthonormale Vektoren	9
1.2.8	Matrixoperationen mit einer Diagonalmatrix	10
1.2.9	Rechenregeln für das Transponieren einer Matrix	11
1.2.10	Determinanten	11
1.3	Matrixinversion	13
1.3.1	Definition und Rechenregeln	13
1.3.2	Determinantenformel für die Inversion	14
1.3.3	Orthogonalmatrix und orthogonale Transformation	16
1.4	Blockmatrizen	17
1.4.1	Definition	17
1.4.2	Matrix-Inverse über Blockmatrizen	19
1.4.3	Blockdiagonalmatrix und Inverse	21
1.4.4	Determinante über Blockmatrix	22
1.4.5	Kronecker-Produkt	22
1.5	Lineare Abhängigkeit von Vektoren und Rang einer Matrix	23
1.5.1	Lineare Abhängigkeit von Vektoren	23
1.5.2	Rang einer Matrix	23
1.5.3	Reguläre und singuläre Matrix	24
1.5.4	Elementare Umformungen	25
1.6	Lineare Gleichungssysteme	26
1.7	Spur und Eigenwerte einer quadratischen Matrix	29
1.7.1	Spur einer quadratischen Matrix	29
1.7.2	Eigenwerte und Eigenvektoren	29
1.7.3	Eigenwerte und Eigenvektoren symmetrischer Matrizen	31
1.8	Quadratische Formen und definite Matrizen	31

2	Deskriptive Statistik, Häufigkeitsverteilungen, Lage- und Streuungsparameter	33
2.1	Begriffe der Statistik	33
2.2	Häufigkeitsverteilung	36
2.3	Klassenbildung	38
2.4	Graphische Darstellung von Daten	41
2.5	Lageparameter	44
2.5.1	Arithmetisches Mittel	44
2.5.2	Median	46
2.5.3	Geometrisches und harmonisches Mittel	48
2.6	Streuungsparameter	49
2.6.1	Spannweite	49
2.6.2	Mittlere absolute Abweichung	50
2.6.3	Varianz und Standardabweichung	50
2.6.4	Variationskoeffizient	52
2.6.5	Schiefe und Wölbung einer Verteilung	52
2.7	Zweidimensionale Häufigkeitsverteilungen	53
3	Zufallsvariablen und Wahrscheinlichkeitsverteilungen	55
3.1	Begriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung	55
3.2	Wahrscheinlichkeitsverteilung einer Zufallsvariablen	60
3.3	Parameter einer Wahrscheinlichkeitsverteilung	62
3.3.1	Erwartungswert und Varianz	62
3.3.2	Momente	65
3.4	Mehrdimensionale Wahrscheinlichkeitsverteilungen	66
3.4.1	Wahrscheinlichkeits- und Dichtefunktion mehrdimensionaler Zufallsvariablen	66
3.4.2	Randverteilungen, bedingte Verteilungen und Unabhängigkeit von Zufallsvariablen	68
3.4.3	Erwartungswerte, Kovarianzen und Korrelationen mehrdimensionaler Zufallsvariablen	71
3.5	Fortpflanzungsgesetze zufälliger und systematischer Messabweichungen	78
3.5.1	Varianz-Kovarianzfortpflanzungsgesetz	78
3.5.2	Komponenten der Genauigkeit	82
3.5.3	Fortpflanzungsgesetz für systematische Messabweichungen	83
3.5.4	Korrektionsfunktion als Maß für die Richtigkeit	85
3.6	Spezielle Wahrscheinlichkeitsverteilungen	93
3.6.1	Gleichverteilung	93
3.6.2	Binomialverteilung	95
3.6.3	Hypergeometrische Verteilung	97
3.6.4	Poisson-Verteilung	98
3.6.5	Normalverteilung	99

3.6.6	χ^2 -Verteilung (Helmert-Pearson-Verteilung)	109
3.6.7	t-Verteilung (Student-Verteilung)	110
3.6.8	F-Verteilung	112
4	Induktive Statistik	120
4.1	Stichprobenverfahren	120
4.2	Methoden der Parameterschätzung	123
4.2.1	Schätzfunktionen	123
4.2.2	Eigenschaften von Schätzfunktionen	125
4.2.3	Erwartungstreue Varianzschätzung zusammengesetzter Stichproben	127
4.2.4	Erwartungstreue Varianzschätzung bei Doppelbeobachtungen	130
4.2.5	Schätzfunktionen nach der Maximum-Likelihood-Methode	136
5	Regressionsanalyse	139
5.1	Lineares Modell	139
5.1.1	Modelldefinition	139
5.1.2	Linearisierung und Gauß-Newton-Verfahren	140
5.2	Klassisches und allgemeines lineares Regressionsmodell	142
5.2.1	Modellbeschreibung	142
5.2.2	Parameterschätzung nach der Maximum-Likelihood-Methode	146
5.2.3	Parameterschätzung nach der Methode der kleinsten Quadrate (Ausgleichsrechnung)	147
5.2.4	Zusammenfassende Darstellung aller Beobachtungen und Schätzwerte sowie deren Kovarianzmatrizen	155
5.2.5	Kovarianzmatrizen von Funktionen	157
5.3	Beispiele zur linearen Regression	158
5.4	Lineares Modell mit stochastischen Regressoren	176
5.5	Regression mit „Fehlern“ in den Variablen	178
5.6	Bestimmtheitsmaß und Korrelationskoeffizient	180
6	Konfidenzbereiche und Hypothesentests	182
6.1	Konfidenzintervalle und -bereiche	182
6.1.1	Konfidenzintervall für einen Erwartungswert μ	182
6.1.2	Konfidenzintervall für die Differenz zweier Erwartungswerte μ_1 und μ_2	187
6.1.3	Multivariates Konfidenzintervall für p Erwartungswerte μ	189
6.1.4	Konfidenzintervall für eine Standardabweichung σ	194
6.1.5	Konfidenzintervalle für Parameter und Erwartungswerte von Regressionsfunktionen	198
6.1.6	Punkt- und Intervallprognosen mit Regressionsfunktionen	206
6.2	Hypothesentests	207
6.2.1	Test eines Erwartungswertes μ	209

6.2.2	Test zweier Erwartungswerte μ_1 und μ_2	216
6.2.3	Multivariater Test für p Erwartungswerte μ	221
6.2.4	Test einer Varianz σ^2	222
6.2.5	Test zweier Varianzen σ_1^2 und σ_2^2	225
6.2.6	Test der Struktur einer Kovarianzmatrix	227
6.2.7	Testen von Hypothesen über Regressionsparameter	229
6.2.8	Theorie der Fehler 1. und 2. Art	236
7	Übungsbeispiele zur Regressionsanalyse (Ausgleichsrechnung)	239
7.1	Höhennetzausgleichung	239
7.2	Lagenetzausgleichung	248
7.2.1	Linearisierung der Strecken	248
7.2.2	Linearisierung der Richtungen eines Richtungssatzes	252
7.2.3	Homogenisierung der Beobachtungen	254
7.3	Überbestimmte Koordinatentransformation	261
7.4	Ausgleichung im freien Netz	270
7.5	Analyse der inneren und äußeren Netzzuverlässigkeit	281
7.5.1	Analyse der inneren Zuverlässigkeit im Netz	281
7.5.2	Analyse der äußeren Zuverlässigkeit des Netzes	284
7.5.3	Interpretation von Ausgleichungsergebnissen	285
7.6	Praktische Vorgehensweise bei der Ausgleichung	292
7.6.1	Freie Netzausgleichung	292
7.6.2	Prüfen der Anschlusspunkte / Festpunkte	294
7.6.3	Ausgleichung mit festen Anschlusspunkten / Zwangsanschluss	294
	Literaturverzeichnis	295
	Verzeichnis der Beispiele	298
	Abbildungsverzeichnis	302
	Stichwortverzeichnis	304