

Lara Alcock

# Wie man erfolgreich Mathematik studiert

Besonderheiten eines nicht-trivialen Studiengangs

Aus dem Englischen übersetzt von Bernhard Gerl



**Springer** Spektrum

# Inhaltsverzeichnis

## Teil I

### Mathematik

<b>Rechenverfahren</b> . . . . .	3
1.1 Rechnen in der Schule und an der Universität . . . . .	3
1.2 Entscheidungen über und innerhalb von Verfahren . . . . .	4
1.3 Lernen von einigen (oder keinen) Beispielen . . . . .	7
1.4 Sich selbst Beispiele überlegen . . . . .	10
1.5 Rechenschritte aufschreiben . . . . .	11
1.6 Fehlersuche . . . . .	13
1.7 Mathematik besteht nicht nur aus Rechnen . . . . .	14
<b>Abstrakte Objekte</b> . . . . .	19
2.1 Zahlen als abstrakte Objekte . . . . .	19
2.2 Funktionen als abstrakte Objekte . . . . .	20
2.3 Um welche Art von Objekt handelt es sich wirklich? . . . . .	22
2.4 Objekte, die sich aus Rechenverfahren ergeben . . . . .	24
2.5 Hierarchische Gliederung von Objekten . . . . .	26
2.6 Wie man Rechenverfahren in Objekte verwandelt . . . . .	28
2.7 Neue Objekte: Relationen und zweistellige Verknüpfungen . . . . .	29
2.8 Neue Objekte: Symmetrien . . . . .	31
<b>Definitionen</b> . . . . .	37
3.1 Axiome, Definitionen und Sätze . . . . .	37
3.2 Was sind Axiome? . . . . .	37
3.3 Was sind Definitionen? . . . . .	38
3.4 Was sind Sätze? . . . . .	40
3.5 Wie man Definitionen versteht: gerade Zahlen . . . . .	42
3.6 Wie man Definitionen versteht: steigende Funktionen . . . . .	44
3.7 Wie man Definitionen versteht: Kommutativität . . . . .	47
3.8 Wie man Definitionen versteht: offene Mengen . . . . .	49
3.9 Wie man Definitionen versteht: Grenzwerte . . . . .	53
3.10 Definitionen und Intuition . . . . .	54

<b>Sätze</b> .....	61
4.1 Sätze und logische Notwendigkeit .....	61
4.2 Ein einfacher Satz über ganze Zahlen .....	63
4.3 Ein Satz über Funktionen und Ableitungen .....	64
4.4 Ein Satz über weniger vertraute Objekte .....	67
4.5 Die logische Sprache: „wenn“ .....	69
4.6 Die logische Sprache: „wenn“ in der Alltagssprache .....	71
4.7 Die logische Sprache: Quantoren .....	73
4.8 Die logische Sprache: mehrfache Quantoren .....	75
4.9 Wie man Sätze umformuliert .....	77
4.10 Verständnis: logische Form und Bedeutung .....	78
<b>Beweise</b> .....	83
5.1 Beweise in der Schulmathematik .....	83
5.2 Der Beweis, dass eine Definition erfüllt ist .....	85
5.3 Der Beweis allgemeiner Aussagen .....	87
5.4 Der Beweis allgemeiner Sätze mithilfe von Definitionen .....	90
5.5 Definitionen und andere Darstellungsweisen .....	92
5.6 Beweise, logische Herleitungen und Objekte .....	95
5.7 Der Beweis offensichtlicher Tatsachen .....	97
5.8 Das Unglaubliche glauben: die harmonische Reihe .....	100
5.9 Das Unglaubliche glauben: die Erde und das Seil .....	102
5.10 Wird mein ganzes Studium aus Beweisen bestehen? .....	104
<b>Beweisverfahren und Tricks</b> .....	109
6.1 Allgemeine Beweisstrategien .....	109
6.2 Der direkte Beweis .....	110
6.3 Der Beweis durch Widerspruch .....	114
6.4 Beweis durch Induktion .....	118
6.5 Eindeutigkeitsbeweise .....	124
6.6 Das Gleiche addieren und subtrahieren .....	126
6.7 Wie man etwas ausprobiert .....	128
6.8 Darauf wäre ich nie gekommen! .....	129
<b>Wie man Mathematik liest</b> .....	133
7.1 Selbstständiges Lesen .....	133
7.2 Ihre eigene Vorlesungsmitschrift lesen .....	134
7.3 Lesen, um zu verstehen .....	136
7.4 Lesen, um einen Überblick zu bekommen .....	142
7.5 Zusammenfassungen für die Wiederholung verwenden .....	147
7.6 Lesen, um sich etwas einzuprägen .....	148
7.7 Abbildungen als Erinnerungstütze .....	151
7.8 Beweise lesen, um sie sich einzuprägen .....	153

<b>Wie man Mathematik schreibt</b> . . . . .	157
8.1 Wie erkennt man gutes Schreiben? . . . . .	157
8.2 Warum sollte ein Student gut formulieren? . . . . .	159
8.3 Einen Beweis deutlich formulieren . . . . .	162
8.4 Notationen richtig verwenden . . . . .	166
8.5 Pfeile und Klammern . . . . .	169
8.6 Ausnahmen und Fehler . . . . .	171
8.7 Formulierungsaufgaben abtrennen . . . . .	172

## Teil II

### Lerntechniken fürs Studium

<b>Vorlesungen</b> . . . . .	177
9.1 Wie sieht eine Vorlesung aus? . . . . .	177
9.2 Wie ticken Dozenten? . . . . .	178
9.3 Mit Vorlesungen zurechtkommen . . . . .	179
9.4 Verbreitete Probleme bewältigen . . . . .	181
9.5 In Vorlesungen etwas lernen . . . . .	183
9.6 Höflichkeit in Vorlesungen . . . . .	184
9.7 Feedback auf Vorlesungen . . . . .	187

<b>Dozenten, Kommilitonen und andere gute Geister</b> . . . . .	189
10.1 Dozenten als Lehrkräfte . . . . .	189
10.2 Tutorien und Übungen . . . . .	190
10.3 Fragen vor und nach der Vorlesung stellen . . . . .	192
10.4 Ein Einzelgespräch mit einem Dozenten vereinbaren . . . . .	193
10.5 Fragen auf elektronischem Weg stellen . . . . .	195
10.6 Mathematische Betreuungsangebote . . . . .	196
10.7 Projekte und Praktika . . . . .	197
10.8 Mit anderen Studenten lernen . . . . .	199
10.9 Hilfsangebote für alles andere . . . . .	201

<b>Zeitmanagement</b> . . . . .	207
11.1 Warum sollte ein guter Student dieses Kapitel lesen? . . . . .	207
11.2 Ziele und Dinge, die Sie vermeiden sollten . . . . .	208
11.3 Ein Semester planen . . . . .	209
11.4 Eine typische Woche planen . . . . .	214
11.5 Planen, wann Sie was lernen . . . . .	220
11.6 Eine echte Woche planen . . . . .	221
11.7 Wo wollen Sie arbeiten? . . . . .	225
11.8 Ihre Unterlagen organisieren . . . . .	226
11.9 Dinge nicht fertig machen . . . . .	226

<b>Panik</b> .....	229
12.1 Den Anschluss verpassen .....	229
12.2 Was tun? .....	230
<b>(Nicht) Der Beste sein</b> .....	235
13.1 Erfolgreich sein in der Schule und an der Universität .....	235
13.2 Was ist eigentlich Verständnis? .....	236
13.3 Mithalten .....	237
13.4 Verständnis und Geschwindigkeit .....	239
13.5 Versuchen Sie nicht alles zu verstehen .....	240
13.6 Das Märchen vom Genie .....	242
<b>Was Mathematikdozenten tun</b> .....	245
14.1 Wenn Dozenten nicht lehren .....	245
14.2 Lehre .....	246
14.3 Verwaltung .....	246
14.4 Forschung .....	247
14.5 Mathematiker werden .....	250
<b>Literatur</b> .....	253
<b>Sachverzeichnis</b> .....	267