

*Christoph Mayer, Sören Jensen, Suleika Bort, Deborah Rumsey
Mark Ryan und Mary Jane Sterling*

Wirtschaftsmathematik für Dummies

*Übersetzung aus dem Amerikanischen von
Reinhard Engel, Judith Muhr und
Fachkorrektur von Tobias Schwaibold*

*Herausgegeben von Christoph Mayer, Sören Jensen
und Suleika Bort*
2., korrigierte Auflage

WILEY

WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA

Inhaltsverzeichnis

Einleitung	25
Über dieses Buch	25
Konventionen in diesem Buch	25
Törichte Annahmen über den Leser	26
Wie dieses Buch aufgebaut ist	26
Teil I: Auf die Plätze ... Einfache Algebra	26
Teil II: Analysis	26
Teil III: Ordnung schaffen in der Zahlenwelt – Mit Matrizen und Gleichungssystemen	27
Teil IV: Wahrscheinlichkeitsrechnung	27
Teil V: Finanzmathematik	27
Teil VI: Der Top-Ten-Teil	27
Zusatzmaterialien im Internet	27
Symbole, die in diesem Buch verwendet werden	28
Wie es weitergeht	28
 Teil I	
Auf die Plätze ... Einfache Algebra	29
 Kapitel 1	
Am Anfang stand die Algebra	31
Mit Vorzeichen rechnen	31
Zahlen mit Vorzeichen addieren und subtrahieren	31
Zahlen mit Vorzeichen multiplizieren und dividieren	32
Algebraische Eigenschaften – eine Skizze	32
Bewahren Sie Ordnung – mit dem Kommutativgesetz	32
Harmonie in der Gruppe – mit dem Assoziativgesetz	33
Das Distributivgesetz – Werte verteilen	33
Was Sie über Brüche wissen sollten	34
Ein paar schnelle Regeln	35
Brüche multiplizieren	35
Brüche dividieren	35
Brüche addieren	36
Brüche subtrahieren	37
Prozent berechnen	37
Steuern und Rabatte beurteilen	38
Potenzen machen stark	39
Zu den Wurzeln der Wurzeln	40
Logarithmen ... wirklich keine Hexerei	41

Mehr als einen Term ausmultiplizieren	41
Binome ausmultiplizieren	42
Polynom mal Polynom	43
Besonders verteilt: Manchmal geht es schneller	43

Kapitel 2

Gleichungen lösen 45

Ausgeglichene Gleichungen	45
Lineare Gleichungen lösen	45
Quadratische Gleichungen lösen	47
Faktorisieren von Trinomen mit der Quadratformel	48
Faktorisieren von Trinomen mit nur einer Lösung	49
Bleiben Sie bei Gleichungen mit Brüchen rational!	50
Rationale Gleichungen mit Proportionen lösen	50
Machen Sie sich frei von Wurzeln!	54
Beide Seiten einer Wurzelgleichung quadrieren	55
Zwei Wurzeln ausgleichen	56
Exponentialgleichungen lösen	57
Logarithmische Gleichungen lösen	59
Log gleich Log setzen	59
Logarithmische Gleichungen in Exponentialgleichungen umformen	61

Teil II

Analysis 63

Kapitel 3

Ein Leben mit Listen: Folgen und Reihen 65

Die Terminologie der Folgen	65
Die Notation der Folge	66
Die Fakultät in Folgen	66
Alternierende Folgenmuster	67
Muster in Folgen	68
Arithmetische und geometrische Folgen	71
Gemeinsame Grundlagen: Arithmetische Folgen	71
Der multiplikative Ansatz: Geometrische Folgen	73
Rekursiv definierte Funktionen	74
Und jetzt zu den Reihen	75
Die Notation für die Summenbildung	76
Arithmetische Summenbildung	76
Geometrische Summenbildung	77
Summen von Folgen in der Praxis	80
Inventur der Lebensmittel	80
Lohnverhandlungen	81
Besondere Formeln für Reihen	81

Kapitel 4

Fantastische Funktionen 83

Wie sieht eine Funktion aus?	83
Was es mit Definitions- und Wertebereich auf sich hat	85
Den Definitionsbereich einer Funktion bestimmen	86
Den Wertebereich einer Funktion beschreiben	87
Geradeheraus – Geraden in der Ebene	88
Die Steigungen treffen	89
Die Steigung einer Funktion	90
Polynome	91
Die Standard-Polynomform	92
Vom Verstand geleitet: Rationale Funktionen	93
Rationale Funktionen erkunden	93
Definitionsbereiche erweitern	93
Exponentialfunktionen	94
Logarithmische Funktionen	95
Sinus, Kosinus und Tangens zeichnen	96
Zusammengesetzte Funktionen	97
Wachstumsfunktionen	98
Lineares Wachstum	98
Exponentielles Wachstum	99
Beschränktes Wachstum	100
Logistisches Wachstum	102

Kapitel 5

Auch Funktionen haben Eigenschaften 105

Schnittpunkte mit den Achsen	105
Die y -Schnittpunkte finden	105
Die x -Schnittpunkte	106
Was ist der Grenzwert?	106
Die formale Definition eines Grenzwerts	107
Unendliche Grenzwerte und vertikale Asymptoten	108
Grenzwerte an der Unendlichkeit – haben Sie gute Schuhe an?	109
Grenzwerte und Stetigkeit verknüpfen	109
Stetigkeit und Grenzwerte gehen normalerweise Hand in Hand	110
Die Ausnahme für ein Loch bringt die Wahrheit ans Licht	110
Die überflüssige Mathematik der Stetigkeit aussortieren	112
Grenzwerte, die Sie sich merken sollten	112
Grenzwerte bei unendlich auswerten	113
Grenzwerte bei unendlich und horizontale Asymptoten	114
Grenzwerte bei unendlich mit einem Taschenrechner lösen	115
Algebra für Grenzwerte bei unendlich verwenden	115

Kapitel 6

Die Differentialrechnung

117

Die Ableitung einer Funktion	118
Der Differenzquotient	120
Durchschnittliche Änderungsrate und unmittelbare Änderungsrate	126
Sein oder nicht sein? Drei Fälle, in denen die Ableitung nicht existiert	127
Grundlegende Regeln der Differentiation	127
Die Konstantenregel	128
Die Potenzregel	128
Die Regeln zu dem Vielfachen von Konstanten	129
Die Summenregel – und die kennen Sie schon	130
Die Differenzregel – macht kaum einen Unterschied	130
Trigonometrische Funktionen differenzieren	130
Exponentialfunktionen differenzieren	131
Logarithmische Funktionen differenzieren	132
Differentiationsregeln für Profis – Wir sind die Champs!	132
Die Produktregel	132
Die Quotientenregel	133
Die Kettenregel	134
Ableitungen höherer Ordnung skalieren	139
Ein Ausflug mit der Analysisgruppe	140
Über die Berge und durch die Täler: Positive und negative Steigungen	141
Uns fällt keine Reisemetapher für diesen Abschnitt ein: Krümmung und Wendepunkte	141
Das Tal der Tränen: Ein lokales Minimum	142
Ein atemberaubender Ausblick: Das absolute Maximum	142
Autopanne: Auf dem Scheitelpunkt hängen geblieben	142
Von nun an ging's bergab!	142
Ihr Reisetagebuch	143
Lokale Extremwerte finden	143
Die kritischen Werte herausleiern	143
Der Test der ersten Ableitung	145
Der Test der zweiten Ableitung – Tests, Tests, Tests!	147
Absolute Extremwerte für ein geschlossenes Intervall finden	150
Die absoluten Extremwerte über den gesamten Definitionsbereich einer Funktion finden	153
Krümmung und Wendepunkte bestimmen	154
Tangenten und Normale: Auf die Spitze getrieben	156
Die Aufgabenstellung mit der Tangente	157
Das Normallinienproblem	160
Aufgabenstellungen aus der Geschäftswelt und aus der Wirtschaft	163
Verwaltung von Grenzkosten in der Wirtschaft	163
Grenzkosten	165
Grenzertrag	165
Grenzgewinn	166

Kapitel 7

Mehrdimensionale Funktionen	169
Funktionen mit mehreren Variablen	169
Zweidimensionale Funktionen darstellen	170
3-D-Darstellung	170
Höhenliniendarstellung	171
Partielle Differentiale	172
Ableitungen höherer Ordnung	173
Die Hessematrix bestimmen	174
Steigungen darstellen und berechnen	175
Partielle Ableitung nach x_1 erster Ordnung	176
Partielle Ableitung nach x_1 zweiter Ordnung	177
Kreuzableitung nach x_1 und x_2	177
Totales Differential	179
Konvexität, Konkavität	179
Extrema bestimmen	181

Kapitel 8

Integration: Die Rückwärts-Differentiation	185
Stammfunktionen suchen – die umgekehrte Differentiation	185
Das Vokabular: Welchen Unterschied macht es?	187
Die müßige Flächenfunktion	187
Ruhm und Ehre mit dem Hauptsatz der Analysis	190
Der Hauptsatz der Analysis: Teil 2	193
Stammfunktionen finden: Vier grundlegende Techniken	195
Umkehrregeln für Stammfunktionen	195
Schätzen und Prüfen	197
Die Substitutionsmethode	199
Teilweise Integration: Teilen und Herrschen!	204

Teil III

Ordnung schaffen in der Zahlenwelt

– Mit Matrizen und Gleichungssystemen	211
--	------------

Kapitel 9

Mit Matrizen durch die Mathe flitzen	213
Die verschiedenen Matrizentypen	213
Zeilen- und Spaltenmatrizen	214
Quadratische Matrizen	215
Null-Matrizen	215
Einheitsmatrizen	215

Einfache Operationen mit Matrizen durchführen	216
Matrizen addieren und subtrahieren	216
Matrizen mit Skalaren multiplizieren	217
Zwei Matrizen multiplizieren	217
Matrizen und Operationen anwenden	220
Die innerbetriebliche Materialverflechtung	223
Elementare Zeilenumformungen definieren	228

Kapitel 10

Lineare Gleichungssysteme lösen 231

Die Standardform linearer Systeme und ihre möglichen Lösungen	231
Grafische Lösung von linearen Systemen	232
Den Schnittpunkt bestimmen	232
Zweimal dieselbe Gerade	233
Parallele Geraden	234
Systeme zweier linearer Gleichungen durch Addition eliminieren	235
Einen Eliminationspunkt finden	235
Lösungen für parallele und koexistente Geraden	237
Systeme mit zwei linearen Gleichungen durch Einsetzen lösen	237
Variablen einsetzen – leicht gemacht	238
Parallele und koexistente Geraden erkennen	239
Mit der Cramer'schen Regel unhandliche Brüche bekämpfen	240
Das lineare Gleichungssystem für Cramer vorbereiten	241
Anwendung der Cramer'schen Regel auf ein lineares System	242
Lineare Systeme auf drei lineare Gleichungen steigern	242
Systeme mit drei Gleichungen mithilfe der Algebra lösen	243
Eine verallgemeinerte Lösung für Linearkombinationen einrichten	244
Wir steigern die Gleichungen noch weiter	246
Lineare Systeme in der Praxis	248
Mathe an der Frittenbude	248
Innerbetriebliche Leistungen verrechnen	249
Mithilfe von Systemen Brüche zerlegen	251
Lineare Systeme über die Matrizenschreibweise lösen	253

Kapitel 11

Matrizen – noch mehr Möglichkeiten 257

Die Determinante bestimmen	257
Klein geht's los – mit nur vier Zahlen	257
Die Steigerung folgt sogleich	258
Aber Sie können noch viel mehr – grenzenlose Größen	258
Inverse Matrizen finden	260
Additive Inverse bestimmen	261
Multiplikative Inverse bestimmen	261
Matrizen mithilfe von Inversen dividieren	266

Die erweiterten Matrizenfunktionen auf lineare Gleichungssysteme anwenden	267
Mit der Determinante die Lösbarkeit eines Gleichungssystems bestimmen	267
Mit der Cramer'schen Regel ein Gleichungssystem lösen	268
Mit der Inversen ein Gleichungssystem lösen	270
Das Leontief-Modell kennenlernen	272

Teil IV

Lineare Algebra

277

Kapitel 12

Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeit

279

Ein Überblick über die Mengennotation	279
Ergebnisse festhalten: Stichprobenräume	279
Teilmengen von Stichprobenräumen festhalten: Ereignisse	281
Die leere Menge	281
Mengenoperationen: Vereinigung, Schnittmenge und Komplement	283
Arten der Wahrscheinlichkeit	284
Wahrscheinlichkeitsnotation	284
Marginale Wahrscheinlichkeit	285
Wahrscheinlichkeit der Vereinigung	286
Wahrscheinlichkeit der Schnittmenge	286
Komplementäre Wahrscheinlichkeit	286
Bedingte Wahrscheinlichkeit	287
Wahrscheinlichkeitsregeln verstehen und anwenden	289
Die Komplementärregel	290
Die Multiplikationsregel	291
Die Additionsregel	292
Unabhängigkeit mehrerer Ereignisse	292
Die Unabhängigkeit zweier Ereignisse anhand der Definition prüfen	293
Die Multiplikationsregel für unabhängige Ereignisse nutzen	294
Einander ausschließende Ereignisse berücksichtigen	294
Einander ausschließende Ereignisse erkennen	295
Die Additionsregel mit einander ausschließenden Ereignissen vereinfachen	296
Unabhängige und einander ausschließende Ereignisse unterscheiden	296
Ein Vergleich von Unabhängigkeit und Ausschließlichkeit	296
Die Unabhängigkeit oder Ausschließlichkeit in einem Kartenspiel mit 52 Karten prüfen	297

Kapitel 13

Wahrscheinlichkeit visualisieren:

Venn-Diagramme, Baumdiagramme und das Bayes-Theorem

299

Wahrscheinlichkeiten mit Venn-Diagrammen visualisieren	300
Mit Venn-Diagrammen nicht gegebene Wahrscheinlichkeiten ermitteln	300
Beziehungen mit Venn-Diagrammen ordnen und visualisieren	301

Umwandlungsregeln für Mengen in Venn-Diagrammen	303
Die Grenzen von Venn-Diagrammen	304
Wahrscheinlichkeiten für komplexe Aufgaben mit Venn-Diagrammen ermitteln	305
Wahrscheinlichkeiten mit Baumdiagrammen darstellen	307
Mehrstufige Ereignisse mit einem Baumdiagramm visualisieren	308
Bedingte Wahrscheinlichkeiten mit einem Baumdiagramm visualisieren	310
Die Grenzen der Baumdiagramme	313
Mit einem Baumdiagramm Wahrscheinlichkeiten für komplexe Ereignisse ermitteln	314
Das Gesetz der totalen Wahrscheinlichkeit und das Bayes-Theorem	316
Eine marginale Wahrscheinlichkeit mit dem Gesetz der totalen Wahrscheinlichkeit berechnen	316
Die A-posteriori-Wahrscheinlichkeit mit dem Bayes-Theorem berechnen	320
Kapitel 14	
Diskrete Wahrscheinlichkeitsverteilungen	325
Die Wahrscheinlichkeitsverteilung einer diskreten Zufallsvariablen	325
Was ist eine Zufallsvariable?	325
Die Wahrscheinlichkeitsverteilung finden und anwenden	327
Die kumulative Verteilungsfunktion ermitteln und anwenden	332
Die kumulative Verteilungsfunktion interpretieren	333
Die kumulative Verteilungsfunktion grafisch darstellen	333
Wahrscheinlichkeiten mit der kumulativen Verteilungsfunktion ermitteln	334
Die Wahrscheinlichkeitsmassenfunktion aus der kumulativen Verteilungsfunktion ableiten	336
Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung einer diskreten Zufallsvariablen	338
Den Erwartungswert von X berechnen	338
Die Varianz von X berechnen	340
Die Standardabweichung von X berechnen	341
Kapitel 15	
Die Normalverteilung	343
Die Grundlagen der Normalverteilung	343
Quantile und Perzentile	344
Form, Mittelpunkt und Spreizung der Normalverteilung	345
Die Standardnormalverteilung (Z-Verteilung)	346
Wahrscheinlichkeiten für eine Normalverteilung berechnen und anwenden	349
Den Graphen zeichnen	350
Eine Aufgabe in die Wahrscheinlichkeitsnotation übersetzen	350
Die Z-Formel anwenden	351
Mit der Z-Tabelle die Wahrscheinlichkeit ermitteln	352

Aufgaben zur Normalverteilung mit Rückwärtsrechnung	357
Analyse einer Aufgabe zur Normalverteilung mit Rückwärtsrechnung	358
Die Z-Tabelle rückwärts lesen	360
Die Z-Formel nach X auflösen, um X -Einheiten zu berechnen	362
Kapitel 16	
Bestimmte Verteilungen	365
Diskrete Verteilungen	365
Die diskrete Gleichverteilung	366
Binomialverteilung	368
Poissonverteilung	372
Stetige Verteilungen	375
Stetige Gleichverteilung	376
Exponentialverteilung	379
Die kumulative Verteilungsfunktion der Exponentialverteilung	380
Kapitel 17	
Der Zentrale Grenzwertsatz und das Gesetz der großen Zahlen	383
Der Zentrale Grenzwertsatz	383
Das Hauptergebnis des Zentralen Grenzwertsatzes	383
Warum der Zentrale Grenzwertsatz funktioniert	384
Das Gesetz der großen Zahlen	387
Wer will wieder Würfel werfen?	388
Teil V	
Finanzmathematik	389
Kapitel 18	
Zinsrechnung	391
Die Zinsrechnung – aller guten Dinge sind drei	391
Die Zinsen	391
Das Kapital	392
Die Laufzeit	392
Verzinsungsmodelle	393
Lineare Verzinsung	393
Zinseszinsrechnung – verzins mir die Zinsen!	394
Aus Eins mach Vier: Eine Formel und vier Probleme	396
Die Frage nach dem Endkapital	397
Die Frage nach dem Zinssatz	397
Die Frage nach der Laufzeit	398
Die Frage nach dem Anfangskapital	398
Die vier Fragen in der linearen Verzinsung	399
Den Barwert des Kapitals berechnen	400
Die unterjährige Verzinsung – kein Untergang	402

Effektiver und nomineller Zinssatz	403
Gemischte Verzinsung	405
Variable Verzinsung	407
Stetige Verzinsung	408

Kapitel 19

Rentenrechnung

411

Rentenzahlungen	411
Vor- und nachschüssige Rente	412
Vorschüssige Rentenrechnung	412
Nachschüssige Rentenrechnung	413
Vergleich von vorschüssiger und nachschüssiger Rente	414
Aus Eins mach Vier (II): Eine Formel und vier Probleme	416
Die Frage nach dem Endkapital	416
Die Frage nach dem Anfangskapital	416
Die Frage nach der Höhe der Rente	417
Die Frage nach der Laufzeit	418
Nichtübereinstimmung von Zins- und Rentenperiode	418
Unterjährige Rente mit jährlicher Zinsverrechnung	419
Jährliche Rente mit unterjähriger Zinsverrechnung	422
Alle Dagobert Ducks aufgepasst! Kapitalaufbau und Kapitalverzehr	423
Kapitalaufbau: Die Sparerformel	423
Kapitalverzehr	424
Wachsende Renten	425
Arithmetisch veränderliche Rente	426
Geometrisch veränderliche Rente	428
Bis zum bitteren Ende: Ewige Renten	429
Barwert bei ewig gleich bleibender nachschüssiger Rente	430
Barwert bei ewig gleich bleibender vorschüssiger Rente	431

Kapitel 20

Tilgungsrechnung

433

Tilgungsrechnung – Die Zerlegung des Darlehens	433
Die Bausteine der Tilgungsrechnung	434
Tilgungsplan	435
Tilgungsarten	435
Ratentilgung	436
Berechnung einzelner Tilgungselemente ohne gesamten Tilgungsplan	438
Annuitätentilgung	440
Direkte Berechnung einzelner Tilgungsbausteine	443
Die Länge des Darlehens	445

Kapitel 21

Kurs- und Renditenrechnung 447

Wertpapierhandel	447
Gestatten – Mein Name ist Bond Kurs und Rendite einer Anleihe	448
Berechnung von Anleihen	449
Kursermittlung	450
Renditeermittlung	452
Zero-Bond	453
Aktienhandel	455
Einfache versus logarithmische Rendite	455

Kapitel 22

Investitionsrechnung 457

Zahlungsströme bestimmen	457
Höhe des Kalkulationszinssatzes	459
Kapitalwertmethode	460
Beurteilung der Rentabilität mit der Kapitalwertmethode	462
Interner Zinssatz	464
Beurteilung der Vorteilhaftigkeit einer Investition	465
Amortisationsdauer	466

Teil VI

Der Top-Ten-Teil 469

Kapitel 23

Zehn Schritte beim Lösen von Textaufgaben 471

Ein Bild zeichnen	471
Eine Liste erstellen	471
Variablen für Zahlen wählen	471
Wörter in Zeichen übersetzen	472
Den letzten Satz beachten	472
Eine Formel finden	472
Mit Ersetzungen vereinfachen	473
Eine Gleichung lösen	473
Den Sinn prüfen	473
Die Genauigkeit kontrollieren	473

Kapitel 24

Zehn Dinge, mit denen Sie in der Prüfung nicht durchkommen 475

Geben Sie für eine Prüfungsfrage zwei Lösungen an	475
Schreiben Sie in Prüfungen unleserlich	475
Zeigen Sie Ihren Lösungsweg in der Prüfung nicht auf	475

Lösen Sie nicht alle Prüfungsaufgaben	476
Machen Sie Ihre Lerngruppe für Ihre schlechten Noten verantwortlich	476
Sagen Sie Ihrem Dozenten, dass Sie eine gute Note in Wirtschaftsmathematik brauchen, um Ihre Flamme zu beeindrucken	476
Beschweren Sie sich, dass Prüfungen am frühen Morgen nicht fair sind, weil Sie ein Morgenmuffel sind	476
Stellen Sie das gesamte Notensystem infrage	476
Lösen Sie während der Prüfung den Feueralarm aus	477
Verwenden Sie dieses Buch als Entschuldigung	477
Stichwortverzeichnis	479