

---

# Kleine Formelsammlung Mathematik

---

Hans-Jochen Bartsch

bearbeitet von Michael Sachs

7., aktualisierte Auflage

Mit 134 Bildern



**Fachbuchverlag Leipzig**  
im Carl Hanser Verlag

# Inhalt

<b>1</b>	<b>Logik, Arithmetik, Algebra</b>	<b>13</b>
1.1	Mathematische Logik	13
1.1.1	Ein- und zweistellige BOOLEsche Funktionen	13
1.1.2	Rechengesetze (BOOLEsche Algebra)	15
1.2	Mengen	15
1.2.1	Grundlagen	15
1.2.2	Mengenoperationen	16
1.2.3	Rechenregeln für Mengen	17
1.2.4	Relationen	18
1.2.5	Zahlensysteme	18
1.3	Menge der reellen Zahlen	19
1.3.1	Standard-Zahlenmengen	19
1.3.2	Grundoperationen für reelle Zahlen	21
1.3.3	Potenzen, Wurzeln	24
1.3.4	Logarithmen	25
1.3.5	Binomischer Satz	26
1.4	Menge der komplexen Zahlen	28
1.4.1	Grundlagen	28
1.4.2	Darstellungsformen komplexer Zahlen	29
1.4.3	Grundrechenarten mit komplexen Zahlen	30
1.4.4	Potenzen und Wurzeln komplexer Zahlen	31
1.5	Kombinatorik	31
1.6	Folgen	33
1.6.1	Grundlagen	33
1.6.2	Schranken, Grenzwert und Monotonie einer Folge	33
1.6.3	Arithmetische und geometrische Folgen	34
1.6.4	Zins-, Zinseszins-, Renten- und Tilgungsrechnung	36

1.7	Gleichungen und Ungleichungen, Algebra .....	38
1.7.1	Grundlagen .....	38
1.7.2	Lineare Gleichungen .....	39
1.7.3	Nichtlineare Gleichungen, Polynome .....	40
1.7.4	Wurzelgleichungen, transzendente Gleichungen ..	43
1.7.5	Numerische Verfahren für Gleichungen .....	43
<b>2</b>	<b>Lineare Algebra .....</b>	<b>46</b>
2.1	Vektoren .....	46
2.1.1	Grundbegriffe .....	46
2.1.2	Skalarprodukt im $\mathbb{R}^n$ .....	50
2.1.3	Vektoren im $\mathbb{R}^3$ .....	52
2.2	Matrizen .....	55
2.2.1	Grundlagen .....	55
2.2.2	Matrizengesetze .....	56
2.2.3	$n$ -reihige quadratische Matrizen .....	57
2.2.4	Rang, Normen .....	60
2.2.5	Determinanten .....	61
2.2.6	Eigenwerte und Eigenvektoren .....	63
2.3	Lineare Gleichungssysteme .....	65
2.3.1	Bezeichnungen .....	65
2.3.2	Lösbarkeitsbedingungen .....	66
2.3.3	Lösungsverfahren .....	67
2.4	Lineare Abbildungen .....	69
2.4.1	Grundlagen .....	69
2.4.2	Spezielle lineare Abbildungen in der Ebene .....	70
2.5	Koordinatensysteme .....	71
2.5.1	Kartesische Koordinaten .....	71
2.5.2	Zylinderkoordinaten .....	72
2.5.3	Kugelkoordinaten .....	72
2.6	Koordinatentransformationen .....	73
2.6.1	Koordinatentransformationen in der Ebene .....	74
2.6.2	Koordinatentransformationen im Raum .....	75

<b>3</b>	<b>Elementare und analytische Geometrie</b>	<b>77</b>
3.1	Planimetrie, ebene Trigonometrie	77
3.1.1	Winkel	77
3.1.2	Teilungen, Ähnlichkeit, Kongruenz	79
3.1.3	Dreiecke	80
3.1.4	Vierecke	82
3.1.5	Vielecke	84
3.1.6	Kreis	85
3.2	Geometrische Körper (Stereometrie)	87
3.2.1	Ebenflächig begrenzte Körper (Polyeder, Vielflä- che)	88
3.2.2	Krummflächig begrenzte Körper	89
3.3	Punkt, Gerade, Ebene	92
3.3.1	Punkt, Strecke	92
3.3.2	Gerade in der Ebene	93
3.3.3	Gerade im Raum	95
3.3.4	Mehrere Geraden	97
3.3.5	Ebene	99
3.3.6	Flächeninhalt, Volumen	102
3.4	Kurven 2. Ordnung (Kegelschnitte)	102
3.4.1	Gemeinsame Charakterisierungen aller Kegel- schnitte	102
3.4.2	Kreis	104
3.4.3	Ellipse	105
3.4.4	Parabel	109
3.4.5	Hyperbel	111
3.5	Flächen 2. Ordnung	114
3.6	Hauptachsentransformation	119
<b>4</b>	<b>Funktionen</b>	<b>121</b>
4.1	Grundlagen	121
4.2	Grenzwerte, unbestimmte Ausdrücke	124
4.2.1	Grenzwerte einer Funktion	124
4.2.2	Unbestimmte Ausdrücke	125
4.3	Eigenschaften reeller Funktionen	126

4.4	Rationale Funktionen .....	127
4.4.1	Ganzrationale Funktionen (Polynome) .....	127
4.4.2	Interpolation .....	129
4.4.3	Gebrochenrationale Funktionen .....	130
4.5	Nichtrationale Funktionen .....	131
4.5.1	Elementare Funktionen .....	131
4.5.2	Wurzelfunktionen .....	132
4.5.3	Exponentialfunktionen .....	133
4.5.4	Logarithmusfunktionen .....	133
4.5.5	Winkelfunktionen, trigonometrische Funktionen .....	134
4.5.6	Zyklometrische Funktionen (Arkusfunktionen) ...	140
4.5.7	Hyperbelfunktionen .....	141
4.5.8	Areafunktionen .....	144
4.6	Ausgewählte ebene Kurven .....	146
4.7	Kurvendiskussion .....	148

## 5

<b>Analysis</b> .....	<b>149</b>
5.1 Differenzialrechnung .....	149
5.1.1 Funktionen mit einer unabhängigen Variablen....	149
5.1.2 Funktionen mit mehreren unabhängigen Varia- blen.....	154
5.1.3 Extrema und Wendepunkte.....	156
5.1.4 Differenzialgeometrie ebener Kurven .....	159
5.1.5 Differenzialgeometrie von Raumkurven und Raumflächen .....	163
5.2 Integralrechnung .....	167
5.2.1 Unbestimmtes und bestimmtes Integral .....	167
5.2.2 Grundintegrale und Integrationsregeln .....	170
5.2.3 Integrationstechniken .....	172
5.2.4 Numerische Integration .....	175
5.2.5 Gebietsintegrale, Mehrfachintegrale .....	177
5.2.6 Anwendungen der Integralrechnung .....	180
5.3 Vektoranalysis .....	187
5.3.1 Vektorwertige Funktionen, Felder .....	187
5.3.2 Gradient eines skalaren Feldes .....	190
5.3.3 Divergenz eines Vektorfeldes .....	190
5.3.4 LAPLACE-Operator eines skalaren Feldes .....	191

5.3.5	Rotation eines Vektorfeldes .....	192
5.3.6	Kurvenintegrale .....	193
5.3.7	Oberflächenintegrale .....	196
5.3.8	Integralsätze von GREEN, GAUSS und STOKES .....	199

## **6 Gewöhnliche Differenzialgleichungen ..... 201**

6.1	Grundlagen .....	201
6.2	Ausgewählte Differenzialgleichungen 1. Ordnung.....	203
6.3	Ausgewählte Differenzialgleichungen 2. Ordnung.....	207
6.3.1	Homogene lineare Differenzialgleichung 2. Ordnung .....	207
6.3.2	Inhomogene lineare Differenzialgleichung 2. Ordnung .....	210
6.4	Lineare Differenzialgleichungen höherer Ordnung .....	212
6.5	Numerische Verfahren für Differenzialgleichungen 1. Ordnung.....	214
6.5.1	Polygonzugverfahren von EULER-CAUCHY .....	214
6.5.2	Verfahren 4. Ordnung von RUNGE-KUTTA.....	215
6.6	Lineare Differenzialgleichungssysteme .....	216

## **7 Reihen, Integral-Transformationen ..... 218**

7.1	Unendliche Reihen .....	218
7.1.1	Zahlenreihen.....	218
7.1.2	Konvergenzkriterien für Reihen .....	220
7.1.3	Potenzreihen .....	222
7.1.4	TAYLOR-Formel und TAYLOR-Reihen.....	223
7.1.5	Zusammenstellung fertig entwickelter TAYLOR- Reihen .....	225
7.1.6	FOURIER-Reihen.....	228
7.2	FOURIER-Transformation .....	231
7.3	LAPLACE-Transformation.....	234
7.3.1	Rechenregeln der LAPLACE-Transformation .....	235
7.3.2	Lösung von gewöhnlichen linearen Differenzial- gleichungen .....	237
7.3.3	Korrespondenztabelle der LAPLACE-Transfor- mation .....	238

<b>8</b>	<b>Statistik, Wahrscheinlichkeitsrechnung . . . . .</b>	<b>241</b>
8.1	Beschreibende (deskriptive) Statistik . . . . .	241
8.1.1	Grundbegriffe, Darstellungsarten . . . . .	241
8.1.2	Lagemaße (Mittelwerte) . . . . .	243
8.1.3	Streuungsmaße . . . . .	245
8.1.4	Korrelationsmaße . . . . .	246
8.1.5	Regressionsrechnung . . . . .	247
8.1.6	Fehlerrechnung . . . . .	249
8.2	Wahrscheinlichkeitsrechnung . . . . .	250
8.2.1	Grundbegriffe . . . . .	250
8.2.2	Sätze der Wahrscheinlichkeitsrechnung . . . . .	252
8.2.3	Zufällige Variable . . . . .	254
8.2.4	Diskrete zufällige Variable . . . . .	258
8.2.5	Stetige zufällige Variable . . . . .	260
8.3	Schließende (induktive) Statistik . . . . .	264
8.3.1	Schätzfunktionen . . . . .	264
8.3.2	Intervallschätzung . . . . .	265
8.3.3	Signifikanztests . . . . .	266
8.4	Tabellen . . . . .	269
8.4.1	Verteilungsfunktion $\Phi(x)$ der Standard-Normal- verteilung . . . . .	269
8.4.2	Quantile der $t$ -Verteilung (STUDENT-Verteilung) . . . . .	270
8.4.3	Quantile der $\chi^2$ -Verteilung . . . . .	271
<b>9</b>	<b>Integraltabelle . . . . .</b>	<b>272</b>
	<b>Sachwortverzeichnis . . . . .</b>	<b>277</b>

