
Kleine Formelsammlung Mathematik

Hans-Jochen Bartsch

bearbeitet von Michael Sachs

7., aktualisierte Auflage

Mit 134 Bildern



Fachbuchverlag Leipzig
im Carl Hanser Verlag

Inhalt

1

1	Logik, Arithmetik, Algebra	13
1.1	Mathematische Logik	13
1.1.1	Ein- und zweistellige BOOLEsche Funktionen	13
1.1.2	Rechengesetze (BOOLEsche Algebra)	15
1.2	Mengen	15
1.2.1	Grundlagen	15
1.2.2	Mengenoperationen	16
1.2.3	Rechenregeln für Mengen	17
1.2.4	Relationen	18
1.2.5	Zahlensysteme	18
1.3	Menge der reellen Zahlen	19
1.3.1	Standard-Zahlenmengen	19
1.3.2	Grundoperationen für reelle Zahlen	21
1.3.3	Potenzen, Wurzeln	24
1.3.4	Logarithmen	25
1.3.5	Binomischer Satz	26
1.4	Menge der komplexen Zahlen	28
1.4.1	Grundlagen	28
1.4.2	Darstellungsformen komplexer Zahlen	29
1.4.3	Grundrechenarten mit komplexen Zahlen	30
1.4.4	Potenzen und Wurzeln komplexer Zahlen	31
1.5	Kombinatorik	31
1.6	Folgen	33
1.6.1	Grundlagen	33
1.6.2	Schranken, Grenzwert und Monotonie einer Folge	33
1.6.3	Arithmetische und geometrische Folgen	34
1.6.4	Zins-, Zinseszins-, Renten- und Tilgungsrechnung	36

1.7	Gleichungen und Ungleichungen, Algebra	38
1.7.1	Grundlagen	38
1.7.2	Lineare Gleichungen	39
1.7.3	Nichtlineare Gleichungen, Polynome	40
1.7.4	Wurzelgleichungen, transzendente Gleichungen ..	43
1.7.5	Numerische Verfahren für Gleichungen	43
2	Lineare Algebra	46
2.1	Vektoren	46
2.1.1	Grundbegriffe	46
2.1.2	Skalarprodukt im \mathbb{R}^n	50
2.1.3	Vektoren im \mathbb{R}^3	52
2.2	Matrizen	55
2.2.1	Grundlagen	55
2.2.2	Matrizengesetze	56
2.2.3	n -reihige quadratische Matrizen	57
2.2.4	Rang, Normen	60
2.2.5	Determinanten	61
2.2.6	Eigenwerte und Eigenvektoren	63
2.3	Lineare Gleichungssysteme	65
2.3.1	Bezeichnungen	65
2.3.2	Lösbarkeitsbedingungen	66
2.3.3	Lösungsverfahren	67
2.4	Lineare Abbildungen	69
2.4.1	Grundlagen	69
2.4.2	Spezielle lineare Abbildungen in der Ebene	70
2.5	Koordinatensysteme	71
2.5.1	Kartesische Koordinaten	71
2.5.2	Zylinderkoordinaten	72
2.5.3	Kugelkoordinaten	72
2.6	Koordinatentransformationen	73
2.6.1	Koordinatentransformationen in der Ebene	74
2.6.2	Koordinatentransformationen im Raum	75

Elementare und analytische Geometrie	77
3.1 Planimetrie, ebene Trigonometrie	77
3.1.1 Winkel	77
3.1.2 Teilungen, Ähnlichkeit, Kongruenz	79
3.1.3 Dreiecke	80
3.1.4 Vierecke	82
3.1.5 Vielecke	84
3.1.6 Kreis	85
3.2 Geometrische Körper (Stereometrie)	87
3.2.1 Ebenflächig begrenzte Körper (Polyeder, Vielfläche)	88
3.2.2 Krummflächig begrenzte Körper	89
3.3 Punkt, Gerade, Ebene	92
3.3.1 Punkt, Strecke	92
3.3.2 Gerade in der Ebene	93
3.3.3 Gerade im Raum	95
3.3.4 Mehrere Geraden	97
3.3.5 Ebene	99
3.3.6 Flächeninhalt, Volumen	102
3.4 Kurven 2. Ordnung (Kegelschnitte)	102
3.4.1 Gemeinsame Charakterisierungen aller Kegelschnitte	102
3.4.2 Kreis	104
3.4.3 Ellipse	105
3.4.4 Parabel	109
3.4.5 Hyperbel	111
3.5 Flächen 2. Ordnung	114
3.6 Hauptachsentransformation	119

Funktionen	121
4.1 Grundlagen	121
4.2 Grenzwerte, unbestimmte Ausdrücke	124
4.2.1 Grenzwerte einer Funktion	124
4.2.2 Unbestimmte Ausdrücke	125
4.3 Eigenschaften reeller Funktionen	126

4.4	Rationale Funktionen	127
4.4.1	Ganzrationale Funktionen (Polynome)	127
4.4.2	Interpolation	129
4.4.3	Gebrochenrationale Funktionen	130
4.5	Nichtrationale Funktionen	131
4.5.1	Elementare Funktionen	131
4.5.2	Wurzelfunktionen	132
4.5.3	Exponentialfunktionen	133
4.5.4	Logarithmusfunktionen	133
4.5.5	Winkelfunktionen, trigonometrische Funktionen ..	134
4.5.6	Zyklotrische Funktionen (Arkusfunktionen) ...	140
4.5.7	Hyperbelfunktionen	141
4.5.8	Areafunktionen	144
4.6	Ausgewählte ebene Kurven	146
4.7	Kurvendiskussion	148

5

	Analysis	149
5.1	Differentialrechnung	149
5.1.1	Funktionen mit einer unabhängigen Variablen....	149
5.1.2	Funktionen mit mehreren unabhängigen Variablen.....	154
5.1.3	Extrema und Wendepunkte.....	156
5.1.4	Differentialgeometrie ebener Kurven	159
5.1.5	Differentialgeometrie von Raumkurven und Raumflächen	163
5.2	Integralrechnung	167
5.2.1	Unbestimmtes und bestimmtes Integral	167
5.2.2	Grundintegrale und Integrationsregeln	170
5.2.3	Integrationstechniken	172
5.2.4	Numerische Integration	175
5.2.5	Gebietsintegrale, Mehrfachintegrale	177
5.2.6	Anwendungen der Integralrechnung	180
5.3	Vektoranalysis	187
5.3.1	Vektorwertige Funktionen, Felder	187
5.3.2	Gradient eines skalaren Feldes	190
5.3.3	Divergenz eines Vektorfeldes	190
5.3.4	LAPLACE-Operator eines skalaren Feldes	191

5.3.5	Rotation eines Vektorfeldes	192
5.3.6	Kurvenintegrale	193
5.3.7	Oberflächenintegrale	196
5.3.8	Integralsätze von GREEN, GAUSS und STOKES	199

6 Gewöhnliche Differenzialgleichungen 201

6.1	Grundlagen	201
6.2	Ausgewählte Differenzialgleichungen 1. Ordnung.....	203
6.3	Ausgewählte Differenzialgleichungen 2. Ordnung.....	207
6.3.1	Homogene lineare Differenzialgleichung 2. Ordnung	207
6.3.2	Inhomogene lineare Differenzialgleichung 2. Ordnung	210
6.4	Lineare Differenzialgleichungen höherer Ordnung	212
6.5	Numerische Verfahren für Differenzialgleichungen 1. Ordnung.....	214
6.5.1	Polygonzugverfahren von EULER-CAUCHY	214
6.5.2	Verfahren 4. Ordnung von RUNGE-KUTTA.....	215
6.6	Lineare Differenzialgleichungssysteme	216

7 Reihen, Integral-Transformationen 218

7.1	Unendliche Reihen	218
7.1.1	Zahlenreihen.....	218
7.1.2	Konvergenzkriterien für Reihen	220
7.1.3	Potenzreihen.....	222
7.1.4	TAYLOR-Formel und TAYLOR-Reihen.....	223
7.1.5	Zusammenstellung fertig entwickelter TAYLOR- Reihen	225
7.1.6	FOURIER-Reihen.....	228
7.2	FOURIER-Transformation	231
7.3	LAPLACE-Transformation.....	234
7.3.1	Rechenregeln der LAPLACE-Transformation	235
7.3.2	Lösung von gewöhnlichen linearen Differenzial- gleichungen	237
7.3.3	Korrespondenztabelle der LAPLACE-Transfor- mation	238

8	Statistik, Wahrscheinlichkeitsrechnung	241
8.1	Beschreibende (deskriptive) Statistik	241
8.1.1	Grundbegriffe, Darstellungsarten	241
8.1.2	Lagemaße (Mittelwerte)	243
8.1.3	Streuungsmaße	245
8.1.4	Korrelationsmaße	246
8.1.5	Regressionsrechnung	247
8.1.6	Fehlerrechnung	249
8.2	Wahrscheinlichkeitsrechnung	250
8.2.1	Grundbegriffe	250
8.2.2	Sätze der Wahrscheinlichkeitsrechnung	252
8.2.3	Zufällige Variable	254
8.2.4	Diskrete zufällige Variable	258
8.2.5	Stetige zufällige Variable	260
8.3	Schließende (induktive) Statistik	264
8.3.1	Schätzfunktionen	264
8.3.2	Intervallschätzung	265
8.3.3	Signifikanztests	266
8.4	Tabellen	269
8.4.1	Verteilungsfunktion $\Phi(x)$ der Standard-Normalverteilung	269
8.4.2	Quantile der t -Verteilung (STUDENT-Verteilung)	270
8.4.3	Quantile der χ^2 -Verteilung	271
9	Integraltafel	272
Sachwortverzeichnis		277

