

Bernd Klein

FEM

**Grundlagen und Anwendungen
der Finite-Elemente-Methode**

Mit 198 Abbildungen
12 Fallstudien und
16 Übungsaufgaben

4., verbesserte
und erweiterte Auflage



vieweg

Inhaltsverzeichnis

1 Einführung	1
1.1 Historischer Überblick.....	1
1.2 Generelle Vorgehensweise.....	4
1.3 Aussagesicherheit.....	8
2 Anwendungsgebiete	10
3 Grundgleichungen der linearen Finite-Element- Methode	12
3.1 Matrizenrechnung.....	12
3.2 Gleichungen der Elastostatik.....	15
3.3 Grundgleichungen der Elastodynamik.....	22
3.4 Finites Grundgleichungssystem.....	22
3.4.1 Variationsprinzip.....	22
3.4.2 Methode von Galerkin.....	26
4 Die Matrix-Steifigkeitsmethode	29
5 Das Konzept der Finite-Element-Methode	36
5.1 Allgemeine Vorgehensweise.....	36
5.2 FE-Programmsystem.....	39
5.3 Mathematische Formulierung.....	40
5.3.1 Ebenes Stab-Element.....	40
5.3.2 Ebenes Dreh-Stab-Element.....	45
5.3.3 Ebenes Balkenelement.....	48
5.4 Prinzipieller Verfahrensablauf.....	56
5.4.1 Steifigkeitstransformation.....	56
5.4.2 Äquivalente Knotenkräfte.....	59
5.4.3 Zusammenbau und Randbedingungen.....	61
5.4.4 Sonderrandbedingungen.....	65
5.4.5 Lösung des Gleichungssystems.....	67
5.4.6 Berechnung der Spannungen.....	70
5.4.7 Systematische Problembehandlung.....	72
6 Wahl der Ansatzfunktionen	77
7 Elementkatalog für elastostatische Probleme	81
7.1 3D-Balken-Element.....	81
7.2 Scheibenelemente.....	85
7.2.1 Belastungs- und Beanspruchungszustand.....	85
7.2.2 Dreieck-Element.....	86
7.2.3 Flächenkoordinaten.....	93
7.2.4 Erweiterungen des Dreieck-Elements.....	98
7.2.5 Rechteck-Element.....	99
7.2.6 Konvergenz Balken-Scheiben-Elemente.....	107
7.2.7 Exkurs Schubverformung.....	108
7.2.8 Viereck-Element.....	113

7.2.9 Isoparametrische Elemente	116
7.2.10 Numerische Integration	122
7.3 Plattenelemente	127
7.3.1 Belastungs- und Beanspruchungszustand	127
7.3.2 Problematik der Plattenelemente	130
7.3.3 Rechteck-Platten-Element	134
7.3.4 Dreieck-Platten-Element	139
7.3.5 Konvergenz	140
7.3.6 Schubverformung am Plattenstreifen	142
7.3.7 Beulproblematik	143
7.4 Schalen-Elemente	152
7.5 Volumen-Elemente	157
7.6 Kreisring-Element	162
8 Kontaktprobleme	168
8.1 Problembeschreibung	168
8.2 Eine Lösungsmethode für Kontaktprobleme	170
8.3 Lösung zweidimensionaler quasistatischer Kontaktprobleme	174
8.3.1 Iterative Lösung ohne Kontakt	174
8.3.2 Iterative Lösung mit Kontakt	175
9 FEM-Ansatz für dynamische Probleme	188
9.1 Virtuelle Arbeit in der Dynamik	188
9.2 Elementmassenmatrizen	190
9.2.1 3D-Balken-Element	190
9.2.2 Endmassenwirkung	193
9.2.3 Dreieck-Scheibenelement	194
9.3 Dämpfungsmatrizen	198
9.4 Eigenschwingungen ungedämpfter Systeme	199
9.4.1 Gleichungssystem	199
9.4.2 Numerische Ermittlung der Eigenwerte	207
9.4.3 Statische Reduktion nach Guyan	208
9.5 Freie Schwingungen	212
9.6 Erzwungene Schwingungen	214
9.7 Beliebige Anregungsfunktion	220
9.8 Lösung der Bewegungsgleichung	222
10 Grundgleichungen der nichtlinearen Finite-Element-Methode	223
10.1 Lösungsprinzipien für nichtlineare Aufgaben	223
10.2 Nichtlineares Elastizitätsverhalten	226
10.3 Plastizität	229
10.4 Geometrische Nichtlinearität	233
10.5 Instabilitätsprobleme	235
11 Finite-Element-Lösung von Wärmeleitungsproblemen	241
11.1 Physikalische Grundlagen	241
11.2 Diskretisierte Wärmeleitungsgleichung	246
11.3 Lösungsverfahren	248
11.4 Rückrechnung zu den mechanischen Kennwerten	249

12 Grundregeln der FEM-Anwendung	252
12.1 Elementierung	252
12.2 Netzaufbau	255
12.3 Bandbreiten-Optimierung	259
12.4 Genauigkeit der Ergebnisse	263
13 Die Optimierungsproblematik	266
13.1 Formulierung einer Optimierungsaufgabe	266
13.2 Variation der Parameter	267
13.3 Biotechnische Strategie	269
13.4 Selektive Kräftepfadoptimierung	272
Fallstudie 1: zu Kapitel 4 <i>Matrix-Steifigkeitsmethode</i>	276
Fallstudie 2: zu Kapitel 5 <i>Konzept der FEM / Allgemeine Vorgehensweise</i>	278
Fallstudie 3: zu Kapitel 5 <i>Konzept der FEM / Schiefe Randbedingungen</i>	283
Fallstudie 4: zu Kapitel 5 <i>Konzept der FEM / Durchdringung</i>	284
Fallstudie 5: zu Kapitel 7 <i>Anwendung von Schalen-Elementen</i>	286
Fallstudie 6: zu Kapitel 7.5 <i>Anwendung von Volumen-Elementen / Mapped meshing</i>	288
Fallstudie 7: zu Kapitel 7.5 <i>Anwendung von Volumen-Elementen / Free meshing</i>	290
Fallstudie 8: zu Kapitel 9 <i>Dynamische Probleme</i>	293
Fallstudie 9: zu Kapitel 9.6 <i>Erzwungene Schwingungen</i>	296
Fallstudie 10: zu Kapitel 10 <i>Materialnichtlinearität</i>	301
Fallstudie 11: zu Kapitel 10.4 <i>Geometrische Nichtlinearität</i>	304
Fallstudie 12: zu Kapitel 11 <i>Wärmeleitungsprobleme</i>	306
Übungsaufgabe 4.1	310
Übungsaufgabe 5.1	311
Übungsaufgabe 5.2	312
Übungsaufgabe 5.3	314
Übungsaufgabe 5.4	316
Übungsaufgabe 5.5	318
Übungsaufgabe 5.6	321
Übungsaufgabe 5.7	322
Übungsaufgabe 5.8	325
Übungsaufgabe 6.1	326
Übungsaufgabe 7.1	327
Übungsaufgabe 7.2	328
Übungsaufgabe 9.1	329
Übungsaufgabe 9.2	330
Übungsaufgabe 9.3	331
Übungsaufgabe 11.1	332
Literaturverzeichnis	333
Mathematischer Anhang	337
Sachwortverzeichnis	343