
Heino Henke

Elektromagnetische Felder

Theorie und Anwendung

5., erweiterte Auflage

Inhaltsverzeichnis

Zur Bedeutung der elektromagnetischen Theorie	1
1. Einige mathematische Grundlagen	5
1.1 Vektoralgebra	5
1.2 Koordinatensysteme	9
1.3 Vektoranalysis	15
1.3.1 Differentiation	15
1.3.2 Integration	15
1.3.3 Gradient	16
1.3.4 Divergenz	17
1.3.5 Rotation	18
1.3.6 Nabla-Operator	21
1.3.7 Rechnen mit dem Nabla-Operator	22
1.3.8 Zweifache Anwendungen des Nabla-Operators	23
1.4 Integralsätze	24
1.4.1 Hauptsatz der Integralrechnung	24
1.4.2 Wegintegral eines Gradientenfeldes	25
1.4.3 Gauß'scher Integralsatz	25
1.4.4 Green'sche Integralsätze	27
1.4.5 Stokes'scher Integralsatz	28
1.5 Numerische Integration	29
1.6 Dirac'sche Deltafunktion	34
1.7 Vektorfelder, Potentiale	36
Fragen zur Prüfung des Verständnisses	37
2. Maxwell'sche Gleichungen im Vakuum	39
2.1 Feldbegriff	39
2.2 Ladungen, Ströme	41
2.3 Coulomb'sches Gesetz, Elektrisches Feld	43
2.4 Satz von Gauß	43
2.5 Biot-Savart'sches Gesetz, Durchflutungssatz	45
2.6 Vierte Maxwell'sche Gleichung	46
2.7 Induktionsgesetz	47
2.8 Verschiebungsstrom, Maxwell's Gleichung	48

2.9	Maxwell'sche Gleichungen	49
2.10	Einteilung elektromagnetischer Felder	51
	Fragen zur Prüfung des Verständnisses	54
3.	Elektrostatische Felder I (Vakuum. Leitende Körper)	56
3.1	Anwendung des Coulomb'schen Gesetzes	56
3.2	Anwendung des Satzes von Gauß	59
3.3	Elektrisches Potential	60
3.4	Potentiale verschiedener Ladungsanordnungen	61
3.5	Laplace-, Poisson-Gleichung	67
3.6	Leitende Körper. Randbedingungen	72
3.7	Spiegelungsmethode	75
3.8	Kapazität. Teilkapazität	78
	Zusammenfassung	85
	Fragen zur Prüfung des Verständnisses	86
4.	Elektrostatische Felder II (Dielektrische Materie)	88
4.1	Polarisation	89
4.1.1	Unpolare Dielektrika	89
4.1.2	Polare Dielektrika	90
4.1.3	Feld eines polarisierten Körpers	92
4.1.4	Makroskopische Beschreibung	94
4.2	Dielektrische Verschiebung	97
4.3	Einfluss auf die Maxwell'schen Gleichungen. Stetigkeitsbedingungen	98
4.4	Spiegelung an dielektrischen Grenzflächen	101
	Zusammenfassung	103
	Fragen zur Prüfung des Verständnisses	104
5.	Elektrostatische Felder III (Energie. Kräfte)	105
5.1	Energie einer Anordnung von Punktladungen	105
5.2	Energie einer kontinuierlichen Ladungsverteilung	106
5.3	Kräfte auf Körper und Grenzflächen	108
5.4	Kraftdichte	110
	Zusammenfassung	113
	Fragen zur Prüfung des Verständnisses	114
6.	Elektrostatische Felder IV (Spezielle Lösungsmethoden)	115
6.1	Eindeutigkeit der Lösung	115
6.2	Separation der Laplace-Gleichung	116
6.2.1	Kartesische Koordinaten	117
6.2.2	Vollständige, orthogonale Funktionensysteme	120
6.2.3	Zylinderkoordinaten. Zylinderfunktionen	122
6.2.4	Fourier-Bessel-Entwicklung	126
6.2.5	Kugelkoordinaten. Kugelfunktionen	128

6.3	Konforme Abbildung	131
6.3.1	Darstellung ebener Felder durch komplexe Funktionen	131
6.3.2	Prinzip der konformen Abbildung. Beispiele	135
6.3.3	Schwarz-Christoffel-Abbildung	141
6.4	Beispiele für numerische Simulation	144
6.4.1	Einfache Integral-Methode	145
6.4.2	Einfache Differentiations-Methode (Finite Differenzen Methode)	149
	Zusammenfassung	153
	Fragen zur Prüfung des Verständnisses	155
7.	Stationäres Strömungsfeld	157
7.1	Stromdichte. Kontinuitätsgleichung	157
7.2	Leitfähigkeit. Ohm'sches Gesetz. Verlustleistung	159
7.3	Elektromotorische Kraft (EMK)	161
7.4	Kirchhoff'sche Sätze	163
7.5	Grundlegende Gleichungen	164
7.6	Relaxationszeit	167
	Zusammenfassung	169
	Fragen zur Prüfung des Verständnisses	170
8.	Magnetostatische Felder I (Vakuum)	171
8.1	Anwendung des Durchflutungssatzes	171
8.2	Anwendung des ersten Ampère'schen Gesetzes	173
8.3	Anwendung des Biot-Savart'schen Gesetzes	176
8.4	Magnetisches Skalarpotential	179
8.5	Stromdurchflossene Leiterschleife. Magnetischer Dipol	180
8.6	Magnetisches Vektorpotential	184
8.7	Vektorpotential im Zweidimensionalen (Komplexes Potential)	188
	Zusammenfassung	190
	Fragen zur Prüfung des Verständnisses	191
9.	Magnetostatische Felder II (Magnetisierbare Materie)	193
9.1	Magnetisierung	194
9.1.1	Diamagnetismus	195
9.1.2	Paramagnetismus	196
9.1.3	Feld eines magnetisierten Körpers	197
9.1.4	Makroskopische Beschreibung	200
9.1.5	Ferromagnetismus	201
9.2	Magnetische Feldstärke	204
9.3	Einfluss auf die Maxwell'schen Gleichungen	205
9.4	Spiegelung an permeablen Grenzflächen	207
	Zusammenfassung	208

Fragen zur Prüfung des Verständnisses	209
10. Magnetostatische Felder III (Induktivität. Energie. Magnetische Kreise)	210
10.1 Induktivität	210
10.2 Magnetische Energie	213
10.3 Kräfte auf Körper und Grenzflächen	217
10.4 Magnetische Kreise	220
Zusammenfassung	223
Fragen zur Prüfung des Verständnisses	224
11. Bewegung geladener Teilchen in statischen Feldern	225
11.1 Homogenes elektrisches Feld	225
11.2 Elektrostatische Linsen	229
11.3 Homogenes magnetisches Feld	231
11.4 Inhomogenes Magnetfeld (Magnetischer Spiegel)	235
Fragen zur Prüfung des Verständnisses	238
12. Zeitlich langsam veränderliche Felder	239
12.1 Induktionsgesetz	240
12.1.1 Transformator-EMK	243
12.1.2 Bewegungs-EMK	245
12.1.3 Lokale Formulierung (differentielle Form)	247
12.1.4 Bemerkungen	247
12.2 Grundlegende Gleichungen	250
12.3 Herleitung der magnetischen Energie (Hystereseverluste)	252
12.4 Diffusion magnetischer Felder durch dünnwandige Leiter	255
12.4.1 Zylinder parallel zum Magnetfeld	255
12.4.2 Zylinder senkrecht zum Magnetfeld	257
12.5 Separation der Diffusionsgleichung	259
12.5.1 Kartesische Koordinaten	260
12.5.2 Zylinderkoordinaten	263
12.6 Komplexe Zeiger (Phasoren)	266
12.7 Skineffekt	267
12.8 Numerische Lösung des Skineffektes im Rechteckleiter	270
12.9 Abschirmung	273
12.9.1 Dünnwandiger Kreiszyylinder	273
12.9.2 Dickes Blech	274
12.10 Wirbelströme (Induktives Heizen. Levitation. Linearmotor)	276
12.11 Induktivität (Ergänzung)	281
Zusammenfassung	283
Fragen zur Prüfung des Verständnisses	285

13. Zeitlich beliebig veränderliche Felder I (Erhaltungssätze)	286
13.1 Ladungserhaltung	286
13.2 Energieerhaltung. Poynting'scher Satz	287
13.3 Komplexer Poynting'scher Satz	288
13.4 Impulserhaltung. Maxwell'scher Spannungstensor	292
13.5 Feldbegriff (Anmerkungen)	295
Zusammenfassung	297
Fragen zur Prüfung des Verständnisses	298
14. Zeitlich beliebig veränderliche Felder II (Homogene Wellengleichung)	299
14.1 Homogene Wellengleichung	299
14.2 Ebene Wellen	303
14.2.1 Feldpuls	305
14.2.2 Zeitharmonische Welle	306
14.2.3 Energie. Impuls	310
14.2.4 Polarisierung des Feldes	311
14.2.5 Doppler-Effekt	312
14.3 Rand- und Stetigkeitsbedingungen	313
14.4 Reflexion und Brechung ebener Wellen	314
14.4.1 Verschwinden der Reflexion. Totalreflexion	319
14.4.2 Dielektrische Platte als Wellenleiter	321
14.4.3 Reflexion am metallischen Halbraum. Skineffekt	324
14.4.4 Reflexion am ideal leitenden Halbraum. Parallelplattenleitung	325
14.5 Separation der Helmholtz-Gleichung	329
14.5.1 Kartesische Koordinaten (Rechteckhohlleiter. Rechteckhohlraumresonator)	330
14.5.2 Zylinderkoordinaten (Koaxialkabel. Rundhohlleiter. Dielektrischer Rundstab)	337
14.5.3 Kugelkoordinaten (Kugelresonator)	344
14.6 Numerische Berechnung der Felder auf der Parallelplattenleitung	349
Zusammenfassung	353
Fragen zur Prüfung des Verständnisses	355
15. Zeitlich beliebig veränderliche Felder III (TEM-Wellenleiter)	357
15.1 TEM-Wellen	358
15.2 Verlustbehaftete Leitungen	362
15.3 Zeitharmonische Vorgänge	364
15.4 Eingangsimpedanz. Reflexionsfaktor	367
15.5 Verlustlose Leitungen als Schaltungselement	368
15.6 Smith-Diagramm	371
15.7 Einschwingvorgänge auf verlustfreien Leitungen	376

Zusammenfassung	381
Fragen zur Prüfung des Verständnisses	382
16. Zeitlich beliebig veränderliche Felder IV (Inhomogene Wellengleichung, Strahlung)	383
16.1 Inhomogene Wellengleichung, Retardierte Potentiale	384
16.2 Elektrischer Dipolstrahler	387
16.3 Hertz'scher Dipol	390
16.4 Magnetischer Dipolstrahler	393
16.5 Dünne Drahtantenne, $\lambda/2$ -Antenne	396
16.6 Feld einer beliebig bewegten Punktladung	398
16.6.1 Liénard-Wiechert Potentiale	398
16.6.2 Herleitung der Felder	401
16.6.3 Gleichförmig bewegte Punktladung	405
16.6.4 Schwingende Ladung (Hertz'scher Dipol)	406
16.6.5 Strahlung bei nicht-relativistischer Geschwindigkeit. Strahlungsdämpfung, Thomson-Streuquerschnitt	407
16.6.6 Synchrotronstrahlung, Freier-Elektronen-Laser	410
Zusammenfassung	421
Fragen zur Prüfung des Verständnisses	421
17. Streuung und Beugung von Wellen	423
17.1 Fernfeldnäherung der Streuung	424
17.1.1 Streuquerschnitt und Streuamplitude	424
17.1.2 Integraldarstellung der Streuamplituden	425
17.1.3 Streuung an einer dielektrischen Kugel, Rayleigh-Streuung	427
17.1.4 Streuung an leitenden Körpern	428
17.1.5 Physikalische-Optik-Näherung	429
17.2 Streuung am leitenden Zylinder mittels Modenzerlegung	431
17.2.1 Entwicklung ebener Wellen nach Zylinderwellen	431
17.2.2 Elektrisches Feld parallel zur Zylinderachse	433
17.2.3 Elektrisches Feld senkrecht zur Zylinderachse	436
17.3 Green'sche Funktion im freien Raum	438
17.4 Skalare Beugungstheorie, Huygens'sches Prinzip	442
17.4.1 Helmholtz-Kirchhoff-Integral	443
17.4.2 Kirchhoff'sche Theorie der Beugung	445
17.4.3 Fraunhofer-Beugung an einer kreisförmigen Apertur	447
17.4.4 Babinet's Prinzip	449
17.4.5 Fresnel-Beugung an einer scharfen Kante	450
Zusammenfassung	454
Fragen zur Prüfung des Verständnisses	455

18. Lineare, dispersive Medien	456
18.1 Linearität. Kausalität	457
18.2 Kramers-Kronig-Relationen	458
18.3 Lorentz-Drude-Resonatormodell	461
18.3.1 Dielektrika	464
18.3.2 Leiter. Plasmen	466
18.3.3 Ideale Leiter. Supraleiter	468
18.4 Ebene Wellen in dispersiven Medien	470
Zusammenfassung	473
Fragen zur Prüfung des Verständnisses	474
19. Anisotrope Medien	475
19.1 Verlustfreie Dielektrika	476
19.1.1 Ausbreitung ebener Wellen	478
19.1.2 Optische Achsen	481
19.1.3 Uniachbiale Kristalle	483
19.1.4 Brechung am uniachsialen Halbraum	485
19.2 Stationäres Plasma im Magnetfeld	487
19.3 Faraday-Drehung	491
19.4 Gesättigte Ferrite	492
19.5 Einige Mikrowellenkomponenten mit Ferriten	495
Zusammenfassung	499
Fragen zur Prüfung des Verständnisses	500
20. Spezielle Relativitätstheorie	502
20.1 Michelson-Morley-Experiment. Lorentz-Transformation	503
20.2 Lorentz-Transformation als Orthogonaltransformation	508
20.3 Geschwindigkeit. Impuls. Kraft	512
20.4 Elektromagnetische Vierervektoren	515
20.5 Transformation elektromagnetischer Felder	518
20.6 Feld einer gleichförmig bewegten Punktladung	520
20.7 Ebene Welle. Doppler-Effekt. Lichtaberration	522
20.8 Magnetismus als relativistisches Phänomen	524
Zusammenfassung	528
Fragen zur Prüfung des Verständnisses	529
21. Numerische Simulation (Einführung)	531
21.1 Momentenmethode	532
21.2 Finite-Elemente-Methode	534
21.2.1 Funktionale. Variation von Funktionalen	535
21.2.2 Finite Elemente in einer Dimension	538
21.2.3 Finite Elemente in zwei Dimensionen	540
21.2.4 Allgemeine Bemerkungen	544
21.3 Finite-Differenzen-Methode. Zeitbereich	545

21.3.1 Eindimensionale Wellengleichung. Stabilität. Genauigkeit. Gitterdispersion	546
21.3.2 Diskretisierung der Maxwell'schen Gleichungen	550
Fragen zur Prüfung des Verständnisses	554
Animationen im Internet	555
Übersicht über Symbole und Einheiten	556
Literaturverzeichnis	558
Sachverzeichnis	561