

Statistik-Übungen

Induktive Statistik

Von

o. Prof. Dr. Joachim Härtung

Fachbereich Statistik der
Universität Dortmund

und

Dr. Barbara Heine

3., durchgesehene und ergänzte Auflage

R. Oldenbourg Verlag München Wien

Inhaltsverzeichnis

VORWORT UND EINFÜHRUNG xm

TEIL I: ÜBUNGSAUFGABEN, ERLÄUTERUNGEN UND LÖSUNGEN

KAPITEL 1: ZUFALLSEREIGNISSE UND WAHRSCHEINLICHKEITEN. 3

- Zufallsexperiment
- Grundraum • Ereignis **Elementarereignis**
- Komplementärereignis **unmögliches/sicheres Ereignis**
disjunkte Ereignisse
- Verknüpfung von Ereignissen
- Wahrscheinlichkeit • Kolmogoroffsehe Axiome
- Rechenregeln für Wahrscheinlichkeiten
- Laplace-Wahrscheinlichkeit • günstige/mögliche Fälle
- Kombinatorik • Kombinationen mit/ohne Wiederholung
mit/ohne Berücksichtigung der Reihenfolge • geordnete/
ungeordnete Stichprobe mit/ohne Zurücklegen •
Permutationen

KAPITEL 2: BEDINGTE WAHRSCHEINLICHKEIT, UNABHÄNGIGKEIT,
BAYESSCHE FORMEL UND ZUVERLÄSSIGKEIT VON SYSTEMEN 21

- Bedingte Wahrscheinlichkeit
- Multiplikationssatz für bedingte Wahrscheinlichkeiten
- Unabhängigkeit von Ereignissen • paarweise/gemeinsame
Unabhängigkeit
- Satz von der totalen Wahrscheinlichkeit
- Bayessche Formel
- Parallel-/Serienysteme
- Gemischte Parallel-Serien-Systeme
- Zuverlässigkeitsschaltbild
- Komponenten-/Systemzuverlässigkeit

KAPITEL 3: ZUFALLSVARIABLEN UND VERTEILUNGEN 39

- Zufallsvariable • Verteilungsfunktion
- Diskrete Zufallsvariable • Einzelwahrscheinlichkeit
- Stetige Zufallsvariable • Dichtefunktion
- Erwartungswert • Varianz • Verschiebungssatz • Varia-
tionskoeffizient
- Standardisierte Zufallsvariable
- a-Quantile • Mediän * Quartile
- Gewinnfunktion • erwarteter Gewinn
- Tschebyscheffsche Ungleichung

- Zufallsvektor • mehrdimensionale Verteilungsfunktion
- Diskreter Zufallsvektor • $(k \times \xi)$ -Tafel • Randverteilung
- Stetiger Zufallsvektor • gemeinsame Dichtefunktion • Randdichtefunktion
- Unabhängigkeit von Zufallsvariablen
- Kovarianz • Korrelation
- Summe unabhängiger Zufallsvariablen: Verteilung • Faltung • Erwartungswert • Varianz • Gleichung von Bienayme
- Summe abhängiger Zufallsvariablen: Erwartungswert • Varianz
- Fehlerfortpflanzungsgesetz: Erwartungswert/Varianz von Produkt/Quotient/Funktionen von Zufallsvariablen

KAPITEL 4: SPEZIELLE VERTEILUNGEN UND GRENZWERTSÄTZE 93

- Binomialverteilung
- Multinomialverteilung
- Hypergeometrische Verteilung
- Poissonverteilung
- Gleichverteilung/Rechteckverteilung
- Exponentialverteilung
- Normalverteilung • Standardnormalverteilung
- t-Verteilung • χ^2 -Verteilung • F-Verteilung
- Zentraler Grenzwertsatz
- Grenzwertsatz von Poisson

KAPITEL 5: PUNKTSCHÄTZER, KONFIDENZ- UND PROGNOSEINTERVALLE. 135

- Unabhängige Stichprobe
- Punktschätzung • Schätzfunktion • Schätzwert • Erwartungstreue
- Schätzer für Erwartungswert/Varianz/Variationskoeffizient/a-Quantil/Quartilsabstand/Kovarianz/Korrelation
- Intervallschätzung • Konfidenzintervall • Niveau • erforderlicher Stichprobenumfang
- Schätzer/Konfidenzintervalle für die Parameter der Normalverteilung • Prognoseintervalle für zukünftige Beobachtungen
- Schätzer/Konfidenzintervall/approximatives Konfidenzintervall für den Parameter der Binomialverteilung
- Schätzer/Konfidenzintervall für den Parameter der Exponentialverteilung
- Schätzer/simultane Konfidenzintervalle für die Parameter der Multinomialverteilung

KAPITEL 6: PARAMETRISCHE TESTS IM EINSTICHPROBENFALL 159

- Statistischer Test • Null-/Alternativhypothese • Ein-/Zweiseitige Tests
- Fehler 1. Art • Fehler 2. Art
- Teststatistik • Test zum Niveau α
- Ablehn-/Annahmehereich eines Tests • kritischer Wert

Gütefunktion • erforderlicher Stichprobenumfang • abzusichernde Differenz
 Tests über die Parameter der Normalverteilung: Einstichproben-Gauß-Test • Einstichproben-t-Test • Einstichproben-Varianz-Test
 Tests über den Parameter der Binomialverteilung
 Test über die Parameter der Multinomialverteilung • χ^2 -Test

KAPITEL 7: ANPASSUNGSTESTS UND GRAPHISCHE VERFAHREN ZUR ÜBERPRÜFUNG EINER VERTEILUNGSANNAHME. 187

- χ^2 -Anpassungstest
- Kolmogoroff-Smirnov-Anpassungstest
- Empirische Verteilungsfunktion
- Q-Q-Plot
- Histogramm/empirische Dichte
- Wurzelendiagramm/Rootogram • aufgehängtes Würzelendiagramm • Wurzelendiagramm-Residuen

KAPITEL 8: PARAMETRISCHE VERGLEICHE IM ZWEISTICHPROBENFALL • 211

- Vergleich der Parameter zweier unabhängiger Normalverteilungen: Konfidenzintervalle • Zweistichproben-Gauß-Test • Zweistichproben-t-Test • Behrens-Fisher-Problem • F-Test
- Vergleich der Parameter zweier abhängiger Normalverteilungen • paarweise Differenzen
- Erforderlicher Stichprobenumfang
- Vergleich der Parameter zweier unabhängiger Binomialverteilungen
- Vergleich der Parameter zweier unabhängiger Multinomialverteilungen • -Test

KAPITEL 9: NICHTPARAMETRISCHE, VERTEILUNGSFREIE VERGLEICHE IM EIN- UND ZWEISTICHPROBENFALL. 243

- Lokationsvergleiche im Einstichprobenfall: Zeichen-test • Vorzeichenrangtest von Wilcoxon
- Vergleich zweier abhängiger Verteilungen: Zeichen-test • Vorzeichenrangtest von Wilcoxon
- Vergleich zweier unabhängiger Verteilungen: Wilcoxon-Rangsummentest • U-Test von Mann-Whitney • Kolmogoroff-Smirnov-Test • (χ^2) -Test

KAPITEL 10: ABHÄNGIGKEITSANALYSE - KORRELATION UND ASSOZIATION. 267

- Korrelation • Bravais-Pearsonscher Korrelationskoeffizient
- Test auf Unabhängigkeit bei gemeinsamer Normalverteilung

Inhaltsverzeichnis

- Fishersche-Z-Transformation
- Tests auf Unabhängigkeit/positive/negative Abhängigkeit • Konfidenzintervall für die Korrelation bei gemeinsamer Normalverteilung
- Spearmanscher Rangkorrelationskoeffizient • Test auf Unabhängigkeit • Hotelling-Pabst-Statistik
- Kendallscher Rangkorrelationskoeffizient • Test auf Unabhängigkeit • Kendallsche-K-Statistik
- Q-Maß • Yulescher Assoziationskoeffizient • Konfidenzintervall für Q • Vierfeldertafel
- χ^2 -Unabhängigkeitstest • (kxJl)-Kontingenztafel
- Phi-Koeffizient
- Pearsonscher Kontingenzkoeffizient • korrigierter Pearsonscher Kontingenzkoeffizient

KAPITEL 11: REGRESSIONSANALYSE297

- Lineare Einfachregression • Methode der Kleinsten Quadrate
- Schätzer/Konfidenzintervalle/Tests für die Parameter der linearen Einfachregression
- Bestimmtheitsmaß
- Konfidenzstreifen
- Prognoseschätzung • Prognoseintervall • Prognosestreifen
- Nicht-lineare Regression
- Multiple Regression • Methode der Kleinsten Quadrate • Normalgleichungssystem
- Schätzer/Konfidenzintervalle/Tests für die Parameter der multiplen Regression
- Multiples Bestimmtheitsmaß
- Modellreduktion • Reduktionstest

KAPITEL 12: KONTINGENZTAFELANALYSE333

- Vierfeldertafel • (kxZ)-Tafel * χ^2 -Test
- Test auf Unabhängigkeit
- Test auf Homogenität
- Test auf bedingte Gleichverteilung
- Test auf totale Gleichverteilung

KAPITEL 13: STICHPROBENVERFAHREN.....351

- Einfache Zufallsauswahl: Schätzer für Mittelwert/Varianz der Merkmalswerte in der Grundgesamtheit • Anteilsschätzer • Schätzer für die Varianz des Mittelwert-/Anteilsschätzers • Konfidenzintervalle • erforderlicher Stichprobenumfang
- Geschichtete Zufallsauswahl: Inventur auf Stichprobengrundlage • Schätzer für Mittelwert/Varianz der Merkmalswerte in der Grundgesamtheit • Anteilsschätzer • Schätzer für die Varianz des Mittelwertschätzers • optimale Aufteilung des Stichprobenumfangs
- Einstufige Klumpenauswahl: Schätzer für Mittelwert der Merkmalswerte in der Grundgesamtheit • Intraklass-Korrelationskoeffizient

Zweistufige Klumpenauswahl: Schätzer für Mittelwert
der Merkmalswerte in der Grundgesamtheit • Anteils-
schätzer

TEIL II: KLAUSURAUFGABEN UND LÖSUNGEN.....	373
ANHANG	441
1 TABELLENANHANG	441
Tab.1: Verteilungsfunktion $i j(x)$ der Standardnormal Verteilung $N(0, D)$	442
Tab.2: Quantile u der Standardnormalverteilung $N(0,1)$	443
Tab.3: Quantile t_{α} der t -Verteilung	444
Tab.4: Quantile X_{α} der χ^2 Verteilung	445
Tab.5: Quantile F_{α} der F -Verteilung.....	447
$n_1, n_2; Y$	
2 GRIECHISCHES ALPHABET	454
3 SYMBOLVERZEICHNIS	455
ENDE	458