

Dieter Hoffmann

Analysis für Wirtschaftswissenschaftler und Ingenieure

Mit 108 Abbildungen



Springer

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis	V
Einleitung	IX
1 Grundlagen	1
1.1 Mengen und ihre Verknüpfungen	2
1.2 Aussagen und Quantoren	9
1.3 Abbildungen und ihre Eigenschaften	13
1.4 Die reellen Zahlen	18
1.4.1 Axiome und erste Folgerungen	19
1.4.2 „Bruchrechnen“	24
1.4.3 Das Rechnen mit Ungleichungen und absoluten Beträgen	25
1.5 Die natürlichen und die ganzen Zahlen	30
1.5.1 Vollständige Induktion, rekursive Definition	30
1.5.2 Binomial-Koeffizienten, Binomischer Satz	37
1.6 Die rationalen Zahlen	39
1.7 Zum Vollständigkeitsaxiom	39
1.8 Darstellungen reeller Zahlen	42
1.9 Komplexe Zahlen	47
1.9.1 Einführung der komplexen Zahlen	47
1.9.2 Konjugiert komplexe Zahlen, Beträge, Real- und Imaginärteil	50
1.10 ‚Stetigkeit‘ der Grundoperationen (in R und C)	52
2 Funktionen einer reellen Variablen	57
2.1 Der Funktionsbegriff	57
2.1.1 Definition und erste Beispiele	57
2.1.2 Graphische Darstellung von Funktionen	59
2.1.3 Grundeigenschaften von Funktionen	60
2.1.4 Verknüpfung von Funktionen	63
2.2 Ganzrationale Funktionen (Polynome)	65
2.2.1 Das HORNER-Schema	66
2.2.2 Stellenwertsysteme	69
2.2.3 Das Rechnen mit Polynomen	71

2.2.4	Nullstellen von Polynomen	73
2.3	(Gebrochen) Rationale Funktionen	76
3	Folgen, Reihen — Grenzwertbegriff, Stetigkeit	79
3.1	Folgen	80
3.1.1	Definitionen	80
3.1.2	Konvergenz von Folgen	82
3.1.3	Das Rechnen mit Grenzwerten (Grundregeln)	86
3.1.4	Bestimmte Divergenz	92
3.1.5	CAUCHY-Kriterium	94
3.2	Reihen	96
3.2.1	Definitionen und erste Beispiele	96
3.2.2	Das Rechnen mit Reihen	98
3.2.3	Absolut konvergente Reihen	98
3.2.4	Konvergenzkriterien (für absolute Konvergenz)	99
3.2.5	Alternierende Reihen, LEIBNIZ-Kriterium	101
3.3	Potenzreihen	102
3.3.1	Definition, Konvergenzradius	102
3.3.2	Die Funktionen \exp , \sin , \cos , Sin , Cos — Teil I	104
3.4	Grenzwerte von Funktionen, Stetigkeit	107
3.4.1	Grenzwerte von Funktionen	107
3.4.2	Stetigkeit, Zwischenwertsatz	113
3.4.3	Unstetigkeiten	116
4	Differentialrechnung	119
4.1	Die Ableitung als Grenzwert des Differenzenquotienten	120
4.2	Differentiationsregeln (Ableitungskalkül)	125
4.3	Beispiele	127
4.4	Satz von ROLLE und verallgemeinerter Mittelwertsatz; lokales Verhalten	127
4.5	Differentiation von Potenzreihen	131
4.6	Die Funktionen \exp , \sin , \cos , Sin , Cos — Teil II	132
4.7	Die Funktionen \tan , \cot , Tan , Cot	141
4.8	Differentiation der Umkehrfunktion	143
4.9	Höhere Ableitungen	149
4.10	Konvexität, Konkavität	151
4.11	Anwendungen	153
4.11.1	Kurvenuntersuchungen	153
4.11.2	Extremwertaufgaben	164
4.12	Polarkoordinatendarstellung komplexer Zahlen	166
5	Integralrechnung	171
5.1	Stammfunktionen (unbestimmte Integrale)	172
5.1.1	Grundlagen	172
5.1.2	Integraltafel (Tabelle von Stammfunktionen)	175
5.1.3	Integration rationaler Funktionen	176

5.1.4	Integration gewisser algebraischer Funktionen	180
5.1.5	Integration gewisser transzendenter Funktionen	182
5.2	Bestimmtes Integral, Flächeninhalt	183
5.2.1	Vorüberlegungen zum Flächeninhalt	183
5.2.2	Definition des bestimmten Integrals („RIEMANN-Integral“).	184
5.2.3	Der Fundamentalsatz der Differential- und Integralrechnung	186
5.2.4	Anwendungsbeispiele (Orthogonalitätsrelationen der trigonometrischen Funktionen, LEIBNIZsche Sektorformel, Volumenberechnung von Rotationskörpern)	189
5.3	Uneigentliche Integrale	195
5.3.1	Definition des uneigentlichen Integrals	196
5.3.2	Absolute Integrierbarkeit; Majorantenkriterium	198
5.3.3	Zusammenhang mit der Konvergenz von Reihen	200
5.3.4	Die Γ -Funktion	201
5.4	Elementare Methoden zur numerischen Berechnung von Integralen	202
5.4.1	Trapez- und SIMPSON-Regel	203
5.4.2	Zusammengesetzte Formeln	205
	Approximation von Funktionen	209
6.1	Polynom-Interpolation	211
6.2	TAYLOR-Reihen	216
6.3	Unbestimmte Ausdrücke, Regeln von DE L'HÖPITAL	221
6.4	FOURIER-Reihen	224
	Gewöhnliche Differentialgleichungen (DGLn)	233
7.1	Richtungsfelder (für explizite DGLn 1. Ordnung).	235
7.2	DGLn mit „getrennten Variablen“.	238
7.3	Die lineare DGL 1. Ordnung	241
7.4	BERNOULLISCHE DGL	243
7.5	EULER-homogene DGLn	244
7.6	Explizite DGLn 2. Ordnung ‚ohne y' ‘	245
7.7	Explizite DGLn 2. Ordnung ‚ohne x' ‘	246
7.8	Lineare DGLn n -ter Ordnung mit konstanten Koeffizienten	246
7.8.1	Allgemeine Lösung der homogenen DGL	252
7.8.2	Reelle Lösungen zu komplexen Nullstellen	253
7.8.3	Spezialfall $n = 2$	254
7.8.4	Lösung der inhomogenen DGL	255
	Differenzenrechnung und Differenzgleichungen	263
8.1	Differenzenoperator	265
8.2	Höhere Differenzen	266
8.3	Faktorielle	267
8.4	(Gewöhnliche) Differenzgleichungen	268

8.5	Lineare Differenzgleichungen	270
8.6	Lineare Differenzgleichungen 1. Ordnung	273
8.7	Lineare DZGn mit konstanten Koeffizienten, Operatormethoden	277
8.8	Inhomogene Differenzgleichungen	285
9	Funktionen mehrerer Variabler	293
9.1	Der M^n als normierter Vektorraum	294
9.2	'Geometrie' iR -wertiger Funktionen (Graphen, Niveaumengen, Vertikalschnitte)	296
9.3	Folgenkonvergenz, Grenzwert (von Funktionen) und Stetigkeit	300
9.4	(,Totale') Differenzierbarkeit, partielle Differenzierbarkeit . .	304
9.5	Partielle Ableitungen höherer Ordnung, Satz von SCHWARZ .	310
9.6	Satz von TAYLOR, Fehlerfortpflanzung, HESSEsche Matrix . .	312
9.7	Extremwerte (Notwendige und hinreichende Bedingungen) . .	314
9.8	Satz über implizite Funktionen, Extrema unter Nebenbedingungen (LAGRANGE-Multiplikatoren)	320
10	Übungen	327
10.1	Übungen zu Kapitel 1	327
10.2	Übungen zu Kapitel 2	331
10.3	Übungen zu Kapitel 3 TT>>, . . .	333
10.4	Übungen zu Kapitel 4	337
10.5	Übungen zu Kapitel 5	345
10.6	Übungen zu Kapitel 6	351
10.7	Übungen zu Kapitel 7	356
10.8	Übungen zu Kapitel 8	360
10.9	Übungen zu Kapitel 9	366
	Literaturverzeichnis	371
	Symbolverzeichnis	375
	Stichwortverzeichnis	377