

Jürgen Herzberger

# Einführung in das wissenschaftliche Rechnen

Für Informatiker, Mathematiker  
und Naturwissenschaftler

 **ADDISON-WESLEY**

---

An imprint of Addison Wesley Longman, Inc.

Bonn • Reading, Massachusetts • Menlo Park, California • New York • Harlow, England  
Don Mills, Ontario • Sydney • Mexico City • Madrid • Amsterdam

# Inhaltsverzeichnis

<b>Vorwort</b>	5
<b>Inhaltsverzeichnis</b>	7
<b>Kapitel 1 Rechnerarithmetik</b>	11
<b>1.1 Rechnerzahlen</b>	11
1.1.1 Gleitkommazahlen	11
1.1.2 Dualzahlen, Konvertierung	14
<b>1.2 Rundungen</b>	16
1.2.1 Definition von Rundungen	16
1.2.2 Rundungsfehler	19
<b>1.3 Die Grundverknüpfung auf dem Rechner</b>	21
1.3.1 Definitionen	21
1.3.2 Gleitkommaaddition und -subtraktion	22
1.3.3 Gleitkommamultiplikation	24
1.3.4 Gleitkommadivision	25
1.3.5 Standardfunktionen	25
1.3.6 Ein Genauigkeitstest für Gleitkommaaddition und -subtraktion	29
1.3.7 Der IEEE-Gleitkommastandard	31
1.3.8 Struktur der Rechnerzahlen	33
<b>1.4 Rundungsfehlerbetrachtungen</b>	34
1.4.1 Rundungsfehlerschranken für Operationen	34
1.4.2 Rechengenauigkeit	36
1.4.3 Rundungsfehlereffekte	37
1.4.4 Arithmetische Ausdrücke in algebraischer Schreibweise	40
1.4.5 Arithmetische Ausdrücke in umgekehrter polnischer Notation (UPN)	41
1.4.6 Rundungsfehlerabschätzung bei arithmetischen Ausdrücken	46
<b>1.5 Summierungsalgorithmen</b>	51
1.5.1 Summierung, Vorwärts- und Rückwärtsfehleranalyse	51
1.5.2 Der Summierungsalgorithmus von LINZ und VITEN'KO	56
1.5.3 Summierungsalgorithmus mit höherer Genauigkeit	59
1.5.4 Reihensummierung	62
1.5.5 Standardabweichung	64

<b>1.6 Literatur</b>	<b>65</b>
<b>Kapitel 2 Hilfsmittel aus der Analysis und Linearen Algebra</b>	<b>69</b>
<b>2.1 Polynome</b>	<b>69</b>
2.1.1 Definition und grundlegende Eigenschaften	69
2.1.2 Berechnung von Polynomwerten	71
2.1.3 Nullstellen von Polynomen	74
2.1.4 Der Fundamentalsatz der Algebra	78
2.1.5 Gleichmäßige Approximation durch Polynome	80
2.1.6 Polynominterpolation mit LAGRANGE-Formeln	87
2.1.7 HERMITE-Interpolation	91
2.1.8 Orthogonale Polynome	94
<b>2.2 Hilfsmittel aus der Matrix-Analysis</b>	<b>101</b>
2.2.1 Konvergente Matrizen	101
2.2.2 Vektornormen	104
2.2.3 Matrixnormen	109
2.2.4 Eigenwertabschätzungen	112
2.2.5 Begleitmatrizen und Schranken für Polynomwurzeln	114
<b>2.3 Der BANACHSche Fixpunktsatz</b>	<b>117</b>
<b>2.4 R-Ordnung und Effizienzindex von Iterationsverfahren</b>	<b>124</b>
2.4.1 Definition der R-Ordnung	124
2.4.2 Abschätzung der R-Ordnung	128
2.4.3 Effizienzindex	131
<b>2.5 Grundbegriffe der reellen Intervallrechnung</b>	<b>135</b>
<b>2.6 Literatur</b>	<b>141</b>
<b>Kapitel 3 Numerische Verfahren</b>	<b>145</b>
<b>3.1 Interpolation</b>	<b>145</b>
3.1.1 NEWTONSche-Interpolationspolynome	145
3.1.2 Der NEVILLE-Algorithmus	150
3.1.3 HERMITE-Interpolation	151
3.1.4 Kubische Spline-Interpolation	154
3.1.5 Approximation mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate	159

<b>3.2 Differentiation</b>	162
3.2.1 Numerische Differentiation	162
3.2.2 RICHARDSON-Extrapolation	168
3.2.3 Automatisches Differenzieren	172
<b>3.3 Integration</b>	179
3.3.1 NEWTON-COTES-Formeln	179
3.3.2 Zusammengesetzte Formeln	184
3.3.3 Das ROMBERG-Verfahren	187
3.3.4 Adaptive SIMPSON-Integration	190
3.3.5 GAUSSsche Integrationsformeln	193
<b>3.4 Lösung nichtlinearer Gleichungen</b>	197
3.4.1 Verfahren der sukzessiven Substitution	197
3.4.2 Interpolations-Iterationsverfahren	201
3.4.3 NEWTON-, Sekanten und MÜLLER-Verfahren	209
3.4.4 Zweiseitige Verfahren	217
3.4.5 Regula-Falsi-Typ Methoden	223
3.4.6 Das intervallmäßige NEWTON-Verfahren	230
3.4.7 Berechnung von Polynomwurzeln	236
3.4.8 Simultanverfahren zur Polynomwurzelberechnung	241
3.4.9 Abbruchkriterien	245
<b>3.5 Numerische Lineare Algebra</b>	249
3.5.1 Der GAUSSsche Algorithmus	249
3.5.2 Durchführbarkeit des GAUSSschen Algorithmus	255
3.5.3 Iterationsverfahren bei linearen Gleichungssystemen: Das Gesamtschritt- und Einzelschrittverfahren	257
3.5.4 Konvergenz von Iterationsverfahren bei linearen Gleichungssystemen	260
3.5.5 Berechnung der Inversen einer Matrix, Nachiteration	263
3.5.6 Fehlerabschätzungen, Sensitivitätsanalyse und Konditionszahl	268
3.5.7 Parallelverfahren zur Lösung linearer Gleichungssysteme	271
3.5.8 Eigenwertberechnung mit der Potenzmethode	275
<b>3.6 Literatur</b>	278
<b>3.7 Stichwortverzeichnis</b>	283