

**Bernhard Brunner**

# **Marktgerechte Bewertung von Optionen**

Mit einem Geleitwort von Prof. Dr. Manfred Steiner

**Deutscher Universitäts-Verlag**

# Inhaltsverzeichnis

<b>Geleitwort</b>	<b>V</b>
<b>Vorwort</b>	<b>VII</b>
<b>Inhaltsverzeichnis</b>	<b>IX</b>
<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>XVII</b>
<b>Tabellenverzeichnis</b>	<b>XXI</b>
<b>Abkürzungsverzeichnis</b>	<b>XXIII</b>
<b>Symbolverzeichnis</b>	<b>XXV</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2 Optionen und deren allgemeine Bewertung</b>	<b>6</b>
2.1 Von der Standardoption bis zu exotischen Optionen. . . . .	6
2.2 Die Bewertung von Optionen. . . . .	9
2.2.1 Allgemeine Annahmen. . . . .	9
2.2.2 Der risikoneutrale Bewertungsansatz. . . . .	11
2.2.3 Die Bewertung im Rahmen der Black/Scholes-Modellwelt. . . . .	13
2.2.3.1 Annahmen und allgemeines Vorgehen. . . . .	13

2.2.3.2	Europäische Standardoptionen . . . . .	16
2.2.3.3	Barrier-Optionen . . . . .	20
2.3	Diskrepanzen zwischen Marktpreisen und Black/Scholes-Preisen - Der „Smile-Effekt“ . . . . .	26
2.4	Das Prinzip der marktgerechten Optionsbewertung . . . . .	29
2.4.1	Bewertung auf Basis impliziter Volatilitäten . . . . .	30
2.4.2	Marktgerechte Bewertung auf Basis impliziter Preisprozesse . . . . .	31
2.4.3	Marktgerechte Bewertung auf Basis impliziter risikoneutraler Wahr- scheinlichkeitsmaße . . . . .	33
<b>3</b>	<b>Pfadunabhängige Optionen</b>	<b>36</b>
3.1	Die implizite Verteilung . . . . .	36
3.1.1	Definition und Anwendungsbereiche . . . . .	36
3.1.2	Bedingungen für Arbitragefreiheit . . . . .	39
3.1.2.1	Überprüfung der verwendeten Optionsdaten . . . . .	39
3.1.2.1.1	Allgemeine Bedingungen . . . . .	39
3.1.2.1.2	Bedingungen für Basispreisstruktur . . . . .	41
3.1.2.1.3	Bedingungen für Restlaufzeitstruktur . . . . .	42
3.1.2.2	Bedingungen für die implizite RND . . . . .	43
3.1.3	Bestimmung einer impliziten RND . . . . .	46
3.2	Methoden zur Konstruktion einer impliziten Verteilung . . . . .	49
3.2.1	Vorgabe eines Verteilungstyps . . . . .	50
3.2.1.1	Mischung aus Lognormalverteilungen . . . . .	51
3.2.1.2	Edgeworth-Expansion . . . . .	54
3.2.2	Ableitung aus der Marktpreisfunktion von Standardoptionen . . . . .	57
3.2.2.1	Der Breeden/Litzenberger-Ansatz . . . . .	57
3.2.2.2	Modellierung der Optionspreisfunktion . . . . .	61
3.2.2.3	Modellierung der impliziten Volatilitätsfunktion . . . . .	63

3.2.2.3.1	Von der impliziten Volatilität zur impliziten RND. . . . .	63
3.2.2.3.2	Die Methode von Shimko. . . . .	68
3.2.2.3.3	Die Methode von Campa/Chang/Reider . . . . .	70
3.2.2.3.4	Die Methode von Brown/Toft . . . . .	72
3.2.2.3.5	Die Methode von Malz. . . . .	73
3.2.2.3.6	Die Methode von Bliss/Panigirtzoglou. . . . .	75
3.2.2.3.7	Die Methode von Hafner/Brunner. . . . .	78
3.2.3	Überblick über die verschiedenen Ansätze. . . . .	87
3.2.4	Kritischer Vergleich . . . . .	90
3.3	Bewertung von pfadunabhängigen Optionen. . . . .	94
3.3.1	Allgemeine Vorgehensweise. . . . .	94
3.3.2	Bewertung von ausgewählten Optionsverträgen. . . . .	96
3.3.2.1	Standardoptionen. . . . .	96
3.3.2.2	Digital-Optionen. . . . .	97
3.3.2.2.1	Grundformen. . . . .	98
3.3.2.2.2	Weitere Vertragsvarianten. . . . .	102
3.3.2.3	Power-Optionen. . . . .	105
3.3.2.3.1	Grundformen. . . . .	106
3.3.2.3.2	Weitere Vertragsvarianten. . . . .	109
3.4	Praktische Umsetzung . . . . .	113
3.4.1	Daten. . . . .	113
3.4.2	Konstruktion einer impliziten RND für den DAX. . . . .	115
3.4.2.1	Vorgehensweise zur Schätzung. . . . .	115
3.4.2.2	Empirische Ergebnisse. . . . .	121
3.4.2.3	Vergleich mit anderen Methoden. . . . .	130
3.4.3	Bewertung ausgewählter pfadunabhängiger Verträge. . . . .	134

3.4.3.1	Cash-or-Nothing-Optionen . . . . .	.134
3.4.3.2	Power-Optionen . . . . .	.136
<b>4</b>	<b>Korrelationsabhängige Optionen</b>	<b>139</b>
4.1	Die implizite mehrdimensionale Verteilung . . . . .	.139
4.2	Konstruktion einer impliziten mehrdimensionalen Verteilung . . . . .	.141
4.2.1	Bedingungen und allgemeine Vorgehensweise . . . . .	.141
4.2.2	Das Prinzip von Copulas . . . . .	.145
4.2.2.1	Definition und Eigenschaften von Copulas . . . . .	.145
4.2.2.2	Verschiedene Arten von Copulas . . . . .	.148
4.2.2.3	Modellwahl und Parameterschätzung . . . . .	.157
4.2.2.4	Abhängigkeitsmaße . . . . .	.158
4.3	Marktgerechte Bewertung korrelationsabhängiger Optionen . . . . .	.162
4.3.1	Die Bewertung auf Basis von Copula-Funktionen . . . . .	.163
4.3.2	Preisformeln ausgewählter korrelationsabhängiger Optionen . . . . .	.165
4.3.2.1	Digital-Optionen auf mehrere Underlyings . . . . .	.165
4.3.2.2	Correlation-Digital-Optionen . . . . .	.168
4.3.2.3	Rainbow-Optionen . . . . .	.170
4.3.2.4	Best-of- und Worst-of-Optionen . . . . .	.175
4.3.2.5	Exchange-Optionen . . . . .	.177
4.4	Praktische Umsetzung . . . . .	.178
4.4.1	Daten . . . . .	.178
4.4.2	Vorgehensweise . . . . .	.181
4.4.3	Konstruktion einer bivariaten impliziten RND für den DAX und EuroStoxx50 . . . . .	.186
4.4.4	Marktgerechte Bewertung korrelationsabhängiger Optionen auf den DAX und EuroStoxx50 . . . . .	.194
4.4.4.1	Double-Digital-Puts . . . . .	.195

4.4.4.2	Basket-Optionen . . . . .	198
<b>5</b>	<b>Diskret-pfadabhängige Optionen</b>	<b>202</b>
5.1	Allgemeines Vorgehen . . . . .	202
5.2	Marktgerechte Bewertungsformeln ausgewählter diskret-pfadabhängiger Optionen . . . . .	207
5.2.1	Diskrete Digital-Optionen . . . . .	207
5.2.2	Forward-Start-Optionen . . . . .	210
5.2.3	Ratchet-Optionen . . . . .	212
5.2.4	One-Click-Optionen . . . . .	213
5.2.5	Diskrete Barrier-Optionen . . . . .	217
5.3	Praktische Umsetzung . . . . .	220
5.3.1	Daten und Vorgehensweise . . . . .	220
5.3.2	Diskrete Digital-Optionen . . . . .	223
5.3.3	Forward-Start-Optionen . . . . .	226
<b>6</b>	<b>Stetig-pfadabhängige Optionen</b>	<b>229</b>
6.1	Der allgemeine Bewertungsansatz und seine Problematik . . . . .	229
6.2	Die bedingte risikoneutrale Verteilung . . . . .	231
6.2.1	Pfadabhängige Zustandswertpapiere . . . . .	233
6.2.2	Duplizierung pfadabhängiger Zustandswertpapiere - Eine Verallgemeinerung des Breeden/Litzenberger Resultats . . . . .	235
6.2.3	Bestimmung der Marktpreise von pfadabhängigen Zustandswertpapieren . . . . .	237
6.3	Konstruktion einer bedingten impliziten RND. . . . .	244
6.4	Preisformeln ausgewählter stetig-pfadabhängiger Optionen. . . . .	252
6.4.1	Pfadabhängige Digital-Optionen . . . . .	253
6.4.2	Barrier-Optionen . . . . .	257

6.4.2.1	Klassische Barrier-Varianten . . . . .	257
6.4.2.2	Turbo-Zertifikate . . . . .	262
6.4.3	Hit-Optionen . . . . .	264
6.4.4	Lookback- und Lookforward-Optionen . . . . .	266
6.5	Praktische Umsetzung . . . . .	273
6.5.1	Konstruktion der impliziten Volatilitätsfunktion von einfachen Up- and-In-Puts auf den DAX . . . . .	273
6.5.2	Bewertung ausgewählter stetig-pfadabhängiger Optionen . . . . .	280
6.5.2.1	Pfadabhängige Digital-Optionen . . . . .	280
6.5.2.2	Short-Zertifikate . . . . .	282
<b>7</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>284</b>
<b>A</b>	<b>Black/Scholes-Preisformeln und -Kennzahlen</b>	<b>288</b>
A.1	Europäische Standardoption . . . . .	288
A.1.1	Definitionen . . . . .	288
A.1.2	Optionspreise . . . . .	288
A.1.3	Sensitivitätskennzahlen . . . . .	288
A.2	Einfache Barrier-Optionen . . . . .	289
A.2.1	Definitionen . . . . .	289
A.2.2	Optionspreise . . . . .	290
A.2.3	Sensitivitätskennzahlen . . . . .	290
A.3	Weitere verwendete Black/Scholes-Preisformeln . . . . .	292
A.3.1	Definitionen . . . . .	292
A.3.2	Preisformeln . . . . .	292
A.3.2.1	Pfadunabhängige Optionen . . . . .	292
A.3.2.2	Korrelationsabhängige Optionen . . . . .	293
A.3.2.3	Diskret-pfadabhängige Optionen . . . . .	293
A.3.2.4	Stetig-pfadabhängige Optionen . . . . .	293

<b>B Beweise</b>	<b>295</b>
B.1 Beweise für die Gleichungen (3.22), (3.23) und (3.24) . . . . .	295
B.2 Beweis für die Wohldefiniertheit der RND. . . . .	296
B.3 Beweis für die Wohldefiniertheit der bedingten RND. . . . .	299
<b>C Weitere empirische Ergebnisse</b>	<b>303</b>
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>307</b>