

ANWENDUNG DER MATRIZENRECHNUNG AUF STABWERKE

PROF. DR.-ING. JÁNOS SZABŐ

Korrespondierendes Mitglied
der Ungarischen Akademie der Wissenschaften

Doz. DR.-ING. BELA ROLLER, C. sc. TECHN.

MIT 114 ABBILDUNGEN

AKADEMIAI KIADÓ • BUDAPEST 1978

INHALTSVERZEICHNIS

Einleitung	11
1. Grundkenntnisse aus der Matrizenrechnung	17
1.1. Definitionen, Formelzeichen	17
1.2. Grundoperationen mit Matrizen	22
1.2.1. Matrizengleichheit	22
1.2.2. Matrizenaddition	22
1.2.3. Multiplikation mit einem Skalar	22
1.2.4. Matrizenmultiplikation	23
1.2.5. Merkmale der Multiplikationen mit speziellen Matrizentypen	24
1.2.6. Operationen mit Hypermatrizen	26
1.3. Determinanten	30
1.3.1. Einige wichtige Sätze über Determinanten	31
1.4. Spur, Norm und Rang von Matrizen	33
1.4.1. Dyadische Zerlegung	35
1.5. Inverse der quadratischen Matrix	37
1.5.1. Invertierungsverfahren	39
1.5.2. Der Gaußsche Algorithmus	39
1.5.3. Inverse einer in vier Blöcke zerlegten Matrix	47
1.5.4. Inverse von Bandmatrizen	51
1.6.5. Inverse der mit einer Dyade veränderten Matrix	53
1.6. Transformationen durch Drehung	65
1.7. Lineare Gleichungssysteme	67
1.7.1. Definition, Formelzeichen	57
1.7.2. Bedingungen für die Lösbarkeit und Lösungsmethoden	57
1.7.3. Lösung von Gleichungssystemen mit symmetrischen Koeffizientenmatrizen	63
1.8. Eigenwerte und Eigenvektoren von quadratischen Matrizen	66
1.8.1. Bestimmung der Eigenwerte und Eigenvektoren	67
2. Kleine Verschiebungen	71
2.1. Untersuchung der Stabelemente	71
2.1.1. Innenkräfte eines Stabelementes	73
2.1.2. Knotenpunktlast	74
2.1.3. Verschiebung der Stabendpunkte	74
2.1.4. Verschiebung eines Stabes, der als starrer Körper angenommen wird ..	76
2.1.5. Elastische Verformung eines Stabes	77
2.1.6. Kinematische Last	80

2.1.7.	Statische und kinematische Gleichung eines Stabelementes und seiner Knotenpunkte.	80
2.2.	Menge aus Stabelementen und Knotenpunkten.	83
2.3.	Gekoppelte Stabelemente.	86
2.3.1.	Starr verbundene Stäbe.	86
2.3.2.	Knotenpunktverschiebungskomponenten.	91
2.4.	Statische und kinematische Charakterisierung der Stabkonstruktion	94
2.4.1.	Grundgleichung der Stabkonstruktion.	94
2.4.2.	Statische und kinematische Bestimmtheit.	95
2.4.3.	Einfache Tragwerke, die aus einem bzw. mehreren Stäben bestehen	98
2.4.4.	Sätze über die Arbeit und Umkehrungen.	105
2.5.	Lösungsmethoden.	114
2.5.1.	Direkte Auflösung der Gleichung statisch unbestimmter Konstruktionen. Die Formänderungsgrößenmethode.	114
2.5.2.	Steifigkeitsmatrix.	116
2.5.3.	Beispiele für die Berechnung von Rahmenkonstruktionen.	121
2.5.4.	Steifigkeitsmatrizen von Konstruktionen mit gemischten (kombinierten) Verbindungen.	127
2.5.5.	Steifigkeitsmatrix eines Stabes mit vollständig eingespannten Enden	129
2.5.6.	Steifigkeitsmatrix eines Stabes mit nicht vollständig eingespannten Enden.	132
2.5.7.	Lösung nach der verallgemeinerten Formänderungsgrößenmethode	138
2.5.8.	Lösung nach der Kraftgrößenmethode.	141
2.5.9.	Transformationen der Bedingungsgleichungen.	161
2.5.10.	Gemischte (kombinierte) Verfahren. Die Lösung mit der Methode des statisch unbestimmten Grundsystems.	154
2.5.11.	Gegenüberstellung der Lösungsmethoden.	160
2.6.	Sonderkonstruktionen.	163
2.6.1.	Ebene Rahmenkonstruktionen.	163
2.6.2.	Rahmenkonstruktionen mit festen Knotenpunkten und verschiebbare Rahmenkonstruktionen.	172
2.6.3.	Elastisch gestützte Träger.	175
2.6.4.	Trägerroste.	182
2.6.5.	Untersuchung eines rechtwinkligen Trägerrostes bei einfachen und bei gemischten (kombinierten) Auflagerbedingungen.	190
2.6.6.	Anwendungen. Weitere Beispiele.	203
2.7.	Grundlagen der Untersuchung der Schwingungen von Stabkonstruktionen.	211
2.7.1.	Aufstellung der Massen- und Dämpfungsmatrix eines Stabelementes	213
2.7.2.	Dynamische Grundgleichung einer Stabkonstruktion.	216
2.7.3.	Ungedämpfte Schwingungen.	217
2.7.4.	Gedämpfte Schwingungen.	218
2.7.6.	Aus numerischen Berechnungen gewonnene Erfahrungen.	220
3.	Große Verschiebungen.	225
3.1.	Theorie erster, zweiter und dritter Ordnung	225
3.2.	Statische und Verschiebungsgleichung eines Stabes.	225
3.3.	Zustandsänderungs-Differentialgleichung einer Stabkonstruktion.	228

3.3.1.	Kopplungsfehlervektor	232
3.3.2.	Nachgiebigkeitsmatrix	236
3.3.3.	Beispiel zur Berechnung großer Verschiebungen	237
3.4.	Stabnetze	241
3.4.1.	Gleichgewichts- und Verschiebungsgleichung eines Stabnetzes	241
3.4.2.	Numerische Berechnung der Zustandsänderung eines Stabnetzes	248
3.4.3.	Beispiele zur Berechnung der Zustandsänderung eines Stabnetzes	250
3.5.	Rechtwinklige Seilnetze	258
3.5.1.	Vereinfachtes Modell eines Stabnetzes	258
3.5.2.	Gleichgewichtsgleichung eines rechtwinkligen Seilnetzes	264
3.6.	An elastischem Rand liegendes Stabnetz	275
4.	Stabilität der Zustandsänderung einer Stabkonstruktion	284
4.1.	Verzweigungserscheinung	284
4.2.	Durch elastische Gelenke gekoppelte Stabkonstruktionen	286
4.3.	Bestimmung des Verzweigungspunktes	288
4.4.	Methode der Untersuchung des Verzweigungspunktes	292
4.5.	Untersuchung des überkritischen Zustandes	301
5.	Berechnung von Tragwerken mit bedingten Zwangsverbindungen	308
5.1.	Allgemeine Überlegungen	308
5.2.	Kategorisierung der Methoden	309
5.3.	Energieerhaltungssätze der Zustandsanalyse	310
5.4.	Statische Erläuterung der Lösungsbedingung der quadratischen Optimierungsaufgabe. Dualaufgaben	316
5.5.	Übersicht der auf dem Simplex-Verfahren beruhenden quadratischen Optimierung	319
5.6.	Berechnung elastisch gestützter Träger mit dem Verfahren von WOLFE323	
5.7.	Berechnung von Tragwerken mit sich anhebenden Verbindungen durch allgemeine Iteration	328
5.8.	Berechnung von Trägern mit sich anhebenden Verbindungen auf Grund der Lösung der Komplementärprobleme	331
5.9.	Berechnung von Fachwerkträgern mit sich anhebenden Verbindungen durch einfache Iteration	339
	Literatur	341
	Sachverzeichnis	343