

**Forschen und Wissen - Wirtschaftswissenschaften**

**Oliver Hölzer**

**Optimale Steuerung von Risikoprozessen  
bei zufällig variierenden Zinssätzen**

D 90 (Diss. Universität Karlsruhe)

**GCA-Verlag  
Herdecke 2000**

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung und Überblick .....</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Markovsche Entscheidungsprozesse mit stochastischer Diskontierung .....</b>	<b>7</b>
2.1	Endlichstufige Markovsche Entscheidungsprozesse .....	7
2.1.1	Definition und Voraussetzungen .....	7
2.1.2	Erwarteter diskontierter Gesamtgewinn und Optimalität .....	9
2.1.3	Optimalitätsgleichungen .....	12
2.2	Unendlichstufige Markovsche Entscheidungsprozesse .....	15
2.2.1	Definition und Voraussetzungen .....	15
2.2.2	Optimalitätsgleichung .....	16
2.3	Spezialfälle .....	21
2.3.1	Markovsche Entscheidungsprozesse mit konstanter Diskontierung .....	21
2.3.2	Markovsche Entscheidungsprozesse mit stochastischer Umwelt bzw. Diskontierung .....	21
2.3.3	Kontrollmodell mit stochastischer Umwelt bzw. Diskontierung .....	23
2.4	Lösungsverfahren für unendlichstufige Markovsche Entscheidungsprozesse .....	24
2.4.1	Standardlösungsverfahren .....	24
2.4.1.1	Wertiteration .....	25
2.4.1.2	Wertiteration in Verbindung mit einer Extrapolation .....	26
2.4.1.3	Politikiteration .....	30
2.4.2	Lösungsverfahren für Markovsche Entscheidungsprozesse mit stochastischer Umwelt bzw. Diskontierung .....	31
2.4.2.1	Wertiteration in Verbindung mit einer Extrapolation .....	31
2.4.3	Performanceanalyse der Wertiteration .....	35
2.4.3.1	Definition des Ersatzproblems .....	36
2.4.3.2	Beispiel .....	37
2.4.4	Simulationsbasierte Lösungsverfahren für unendlichstufige Markovsche Entscheidungsprozesse .....	40
2.4.4.1	Simulationsbasierte Wertiteration .....	41
2.4.4.2	Simulationsbasierte Politikiteration .....	42

<b>3 Markov-Ketten zur Beschreibung des einperiodigen Zinssatzes</b> .....	<b>43</b>
3.1 Einführung .....	43
3.2 Definition .....	44
3.3 Stochastische Zinsmodelle aus der Finanzwirtschaft .....	44
3.3.1 Die Zinsstruktur .....	45
3.3.2 Traditionelle Zinsmodelle .....	47
3.3.3 Zinsstrukturkonforme Zinsmodelle .....	48
3.3.4 Diskretisierung stetiger Zinsmodelle .....	50
3.3.4.1 Binomialmodelle .....	51
3.3.4.2 Diskretisierung einer stochastischen Differentialgleichung und Darstellung als Binomialbaum .....	53
3.3.4.3 Trinomialmodelle .....	56
3.3.4.4 Die Verfahren von Hull und White .....	57
3.3.4.5 Anwendung bei Markovschen Entscheidungsprozessen .....	60
3.4 Urnenmodelle .....	61
3.4.1 Grundmodell .....	61
3.4.2 Modellierung stochastischer Zinssätze .....	63
3.4.2.1 Allgemeines Grundmodell .....	63
3.4.2.2 Binomialmodelle .....	64
3.4.2.3 Trinomialmodelle .....	66
3.4.2.4 Modelle mit beliebig vielen Folgezuständen .....	68
3.4.2.5 Modellerweiterung .....	69
3.4.2.6 Monotonie der Übergangsmatrix .....	70
3.5 Schätzung der Übergangswahrscheinlichkeiten .....	73
3.5.1 Schätzung mit Hilfe empirischer Daten .....	73
3.5.2 Schätzung mit Hilfe von Realisationen eines stetigen Zinsmodells .....	74
3.5.2.1 Anwendung beim Neuro-Dynamic Programming .....	76

<b>4 Optimale Ausschüttungspolitik eines Versicherungsunternehmens .....</b>	<b>77</b>
4.1 Problemstellung .....	77
4.2 Überschussbeteiligung bei Lebensversicherungsunternehmen .....	78
4.3 Der Risikoreserveprozess .....	80
4.3.1 Der klassische Risikoreserveprozess.....	80
4.3.2 Der klassische Risikoreserveprozess als Markov-Kette.....	82
4.3.3 Der Risikoreserveprozess mit Kapitalanlage und -aufnahme .....	83
4.3.4 Berücksichtigung stochastischer Zinssätze .....	84
4.3.5 Gesamtschadenverteilungen.....	85
4.3.5.1 Individuelles Modell .....	85
4.3.5.2 Kollektives Modell.....	87
4.4 Berechnung einer optimalen Ausschüttungspolitik auf Basis des klassischen Risikoreserveprozesses.....	88
4.5 Bestimmung einer optimalen Ausschüttungspolitik bei Kapitalanlage und -aufnahme sowie stochastischen Zinssätzen.....	91
4.5.1 Definition des Dividendenmodells.....	91
4.5.2 Endlichstufiges Dividendenmodell .....	95
4.5.2.1 Optimalität einer Barrierenstrategie.....	96
4.5.2.2 Modellerweiterung um Strafkosten.....	102
4.5.2.3 Monotonie im Umweltzustand.....	106
4.5.2.3.1 Dividendenmodell mit konstanten Soll- und Habenzinssätzen.....	108
4.5.2.3.2 Dividendenmodell mit konstantem Diskontierungsfaktor und Sollzinssatz.....	116
4.5.3 Unendlichstufiges Dividendenmodell .....	118
4.5.3.1 Optimalität einer Bandstrategie.....	119
4.5.3.2 Erweiterung um Strafkosten.....	120
4.5.3.3 Monotonie im Umweltzustand.....	121
4.5.4 Modellerweiterungen.....	121

4.6	Numerische Analyse des Dividendenmodells .....	123
4.6.1	Allgemeine Daten der Beispiele .....	123
4.6.2	Berechnung einer optimalen Ausschüttungspolitik mit Hilfe der Wertiteration .....	125
4.6.3	Beispiele ohne Kostenfunktion .....	127
4.6.4	Beispiele mit Kostenfunktionen .....	130
4.6.5	Beispiel mit optimaler Bandstrategie .....	135
4.6.6	Schätzung der Varianz und Verteilung des zufälligen Gesamtgewinns.....	135
4.6.6.1	Beispiele .....	138
4.6.6.2	Reduktion des Simulationsaufwands .....	140
4.6.6.2.1	Varianzreduzierende Verfahren .....	140
4.6.6.2.2	Varianzreduktion mit Hilfe einer Kontrollvariablen .....	141
4.6.6.2.3	Beispiel .....	142
4.6.7	Untersuchung der Verteilung der Zustände nach $t$ Zeitpunkten und des asymptotischen Verhaltens .....	142
4.6.8	Verwendung von Nutzenfunktionen .....	146
<b>5</b>	<b>Kreditkontrolle .....</b>	<b>149</b>
5.1	Problemstellung .....	149
5.2	Lieferantenkreditmodell .....	150
5.2.1	Bisherige Ansätze zur Beschreibung und Überwachung des Rückzahlungsverhaltens von Kreditnehmern .....	152
5.2.2	Definition des Lieferantenkreditmodells .....	154
5.2.3	Annahmen .....	157
5.2.4	Strukturaussagen .....	161
5.2.5	Beispiele .....	170
5.2.6	Modellerweiterung .....	176
5.3	Ratenkreditmodell .....	177
5.3.1	Strukturaussagen .....	179
5.3.2	Beispiele .....	179

<b>A Anhang</b> .....	<b>183</b>
A.1 Stochastische Ordnungsrelationen .....	183
A.2 Analysis .....	185
A.3 Markov-Ketten und Brownsche Bewegung .....	186
A.3.1 Definition eines stochastischen Prozesses .....	186
A.3.2 Markov-Ketten .....	186
A.3.2.1 Klassifikation der Zustände .....	188
A.3.2.2 Stationäre Verteilung .....	189
A.3.3 Brownsche Bewegung .....	189
A.3.3.1 Ursprung .....	189
A.3.3.2 Random Walk .....	190
A.3.3.3 Brownsche Bewegung .....	191
A.3.3.4 Brownsche Bewegung mit Drift .....	192
A.3.3.5 Geometrische Brownsche Bewegung .....	193
A.3.3.6 Ornstein-Uhlenbeck-Prozess .....	194
A.3.3.7 Stochastische Differentialgleichungen .....	194
A.4 Beweis für das Maschineneretzungsproblem .....	196
A.5 Tabellen .....	198
<b>Symbolverzeichnis</b> .....	<b>211</b>
<b>Literaturverzeichnis</b> .....	<b>215</b>