

Norbert Herrmann

Mathematik für Naturwissenschaftler

Was Sie im Bachelor wirklich brauchen
und in der Schule nicht lernen

Spektrum
KJK AKADEMISCHER VERLAG

Inhaltsverzeichnis

1	Matrizen	1
1.1	Einleitung	1
1.2	Erklärungen und Bezeichnungen	2
1.3	Rechnen mit Matrizen	5
1.4	Rang einer Matrix	10
1.5	Quadratische Matrizen	15
1.6	Inverse Matrizen	18
1.7	Orthogonale Matrizen	19
2	Determinanten	23
2.1	Erste einfache Erklärungen	23
2.2	Elementare Umformungen	26
3	Lineare Gleichungssysteme	31
3.1	Bezeichnungen	31
3.2	Existenz und Eindeutigkeit	32
3.3	Determinantenkriterium	36
3.4	L-R-Zerlegung	36
3.4.1	Die Grundaufgabe	36
3.4.2	Existenz der L-R-Zerlegung	41
3.4.3	L-R-Zerlegung und lineare Gleichungssysteme	43
3.5	Pivotisierung	45
3.5.1	L-R-Zerlegung, Pivotisierung und lineare Gleichungssysteme	50
3.5.2	L-R-Zerlegung, Pivotisierung und inverse Matrix	52
4	Funktionen mehrerer Veränderlicher — Stetigkeit	55
4.1	Erste Erklärungen	55
4.2	Beschränktheit	59
4.3	Grenzwert einer Funktion	61
4.4	Stetigkeit	64
5	Funktionen mehrerer Veränderlicher — Differenzierbarkeit	69
5.1	Partielle Ableitung	69
5.2	Höhere Ableitungen	75
5.3	Totale Ableitung	77
5.4	Richtungsableitung	84
5.5	Relative Extrema	90
5.6	Wichtige Sätze der Analysis	97
6	Kurvenintegrale	103
6.1	Kurvenstücke	104
6.2	Kurvenintegral 1. Art	105
6.3	Kurvenintegral 2. Art	113

6.4	Kurvenhauptsatz	119
7	Doppelintegrale	129
7.1	Berechnung des Doppelintegrals.	129
7.2	Transformation der Variablen.	134
7.3	Rechenregeln.	137
8	Dreifachintegrale	141
8.1	Berechnung	142
8.2	Rechenregeln.	143
8.3	Transformation der Variablen.	144
8.4	Kugel- und Zylinderkoordinaten	144
9	Oberflächenintegrale	149
9.1	Oberflächenintegrale 1. Art	149
9.2	Oberflächenintegrale 2. Art	153
10	Integralsätze	161
10.1	Divergenz	161
10.2	Der Divergenzsatz von Gauß	162
10.3	Der Satz von Stokes.	164
11	Interpolation mit Splines	171
11.1	Einführendes Beispiel.	172
11.2	Existenz und Eindeutigkeit der Polynominterpolation.	173
11.3	Interpolation mit linearen Splines.	176
11.4	Interpolation mit Hermite-Splines.	183
11.5	Interpolation mit kubischen Splines.	189
12	Gewöhnliche Differentialgleichungen	195
12.1	Diese Mathematiker immer mit Existenz und Eindeutigkeit	196
12.2	Existenz und Eindeutigkeit	196
12.3	Numerische Verfahren.	200
12.4	Euler-Polygonzug-Verfahren	201
12.5	Zur Konvergenz des Euler-Verfahrens.	204
12.6	Runge-Kutta-Verfahren.	208
12.7	Zur Konvergenz des Runge-Kutta-Verfahrens.	210
12.8	Ausblick	211
13	Partielle Differentialgleichungen	213
13.1	Typeinteilung	213
13.2	Laplace- und Poisson-Gleichung	215
13.2.1	Eindeutigkeit und Stabilität	216
13.2.2	Zur Existenz.	217
13.2.3	Differenzenverfahren für die Poissongleichung.	217
13.2.4	Zur Konvergenz.	222

- 13.3 Die Wärmeleitungsgleichung 225
 - 13.3.1 Eindeutigkeit und Stabilität 226
 - 13.3.2 Zur Existenz 226
 - 13.3.3 Differenzenverfahren für die Wärmeleitungsgleichung 228
 - 13.3.4 Stabilität des Differenzenverfahrens 232
- 13.4 Die Wellengleichung 235
 - 13.4.1 Eindeutigkeit und Stabilität 237
 - 13.4.2 Zur Existenz 238
 - 13.4.3 Differenzenverfahren für die Wellengleichung 238
 - 13.4.4 Stabilität des Differenzenverfahrens 242
- 14 Kurze Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung 245**
- 14.1 Kombinatorik 245
 - 14.1.1 Permutationen 245
 - 14.1.2 Variationen 247
 - 14.1.3 Kombinationen 250
 - 14.1.4 Ein Sitz- und ein ungelöstes Problem 252
- 14.2 Wahrscheinlichkeitsrechnung 256
 - 14.2.1 Definitionsversuch nach Laplace und von Mises 256
 - 14.2.2 Axiomatische Wahrscheinlichkeitstheorie 261
 - 14.2.3 Einige elementare Sätze 263
 - 14.2.4 Bedingte Wahrscheinlichkeit 264
 - 14.2.5 Zufallsvariable 270
 - 14.2.6 Verteilungsfunktion_____: 271
 - 14.2.7 Erwartungswert und Streuung 274
 - 14.2.8 Tschebyscheffsche Ungleichung 276
 - 14.2.9 Gesetz der großen Zahlen 277
 - 14.2.10 Binomialverteilung 278
 - 14.2.11 Poissonverteilung 280
 - 14.2.12 Gauß- oder Normalverteilung 281
 - 14.2.13 Grenzwertsätze 282
- Literaturverzeichnis 285**
- Index 287**