

Mathematik für Wirtschafts- wissenschaftler

Von
Professor Dr. Wolfgang Luh
und
Akadem. Oberrätin
Dr. Karin Stadtmüller

5. Auflage

R. Oldenbourg Verlag München Wien

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	IX
1. Grundlagen	1
1.1 Mengen	1
1.1.1 Begriff der Menge	1
1.1.2 Teilmengen	2
1.1.3 Mengenoperationen	3
1.2 Reelle Zahlen	5
1.2.1 Natürliche Zahlen	5
1.2.2 Ganze Zahlen	5
1.2.3 Brüche, rationale Zahlen	6
1.2.4 Unvollständigkeit von $\mathbb{C}$	7
1.2.5 Dezimalbrüche, irrationale Zahlen, reelle Zahlen	9
1.2.6 Rechengesetze für reelle Zahlen	11
1.2.7 Das Summenzeichen	12
1.3 Anordnung reeller Zahlen, Ungleichungen, Beträge	15
1.3.1 Die Ordnung in $\mathbb{R}$	15
1.3.2 Betrag einer Zahl	17
1.4 Mathematische Beweismethoden	20
1.4.1 Direkter Beweis	20
1.4.2 Indirekter Beweis	21
1.4.3 Vollständige Induktion	21
1.5 Binomialkoeffizienten, binomischer Satz	23
1.5.1 Fakultäten, Binomialkoeffizienten	23
1.5.2 Das PASCALsche Dreieck	26
1.5.3 Der binomische Lehrsatz	27
1.6 Folgen	30
1.6.1 Grundlegende Eigenschaften von Folgen	30
1.6.2 Das Rechnen mit Grenzwerten	35
1.6.3 Kriterien für die Konvergenz von Folgen	38
1.6.4 Die EULERSche Zahl e	42
1.6.5 Arithmetische und geometrische Folgen	44
1.7 Reihen	51
1.8 Potenzen und Logarithmen	52
1.8.1 Potenzen mit der Grundzahl e	53
1.8.2 Logarithmen zur Basis e	58
1.8.3 Allgemeine Potenzen	58
1.8.4 Allgemeine Logarithmen	60
1.9 Einiges aus der Trigonometrie	64
2. Funktionen	71
2.1 Funktionen in der Ökonomie	71
2.2 Definitionen, Beispiele, Veranschaulichung von Funktionen	73
2.2.1 Der allgemeine Funktionsbegriff	73
2.2.2 Veranschaulichung von Funktionen	74
2.3 Grenzwerte von Funktionen, Stetigkeit	81
2.3.1 Grenzwerte von Funktionen	81

2.3.2	Stetigkeit von Funktionen	84
2.3.3	Arithmetische Operationen mit stetigen Funktionen	85
2.3.4	Eigenschaften stetiger Funktionen	88
2.4	Monotone Funktionen, Umkehrfunktionen	93
2.5	Funktionen mit mehreren Variablen	98
2.5.1	Der Raum $\mathbb{R}^n$	99
2.5.2	Funktionen mit n Variablen	100
2.5.3	Stetigkeit von Funktionen mit mehreren Variablen	103
2.5.4	Homogene Funktionen	104
3.	Differentialrechnung	109
3.1	Der Begriff der Ableitung einer Funktion	109
3.1.1	Motivierung, Tangentenproblem	109
3.1.2	Definition der Ableitung, Beispiele	111
3.2	Ableitungsregeln	114
3.3	Die Ableitungen einiger wichtiger Funktionen	120
3.3.1	Die Ableitungen von $a \log_a x$, x^b	120
3.3.2	Die Ableitungen der trigonometrischen Funktionen	123
3.4	Wachstumsrate und Elastizität einer Funktion	126
3.4.1	Motivierung und Definition	126
3.4.2	Eigenschaften der Wachstumsrate und Elastizität	127
3.4.3	Preiselastizität und die AMOROSO-ROBINSON-Formel	130
3.5	Die geometrische Bedeutung der Ableitung	131
3.5.1	Notwendige Bedingung für Extremstellen	131
3.5.2	Der Mittelwertsatz der Differentialrechnung	134
3.5.3	Konstante und monotone Funktionen	137
3.5.4	Die Differentialgleichung $y'(x) = a \cdot y(x)$	140
3.6	Kurvendiskussion	143
3.6.1	Hinreichende Kriterien für Extremstellen	143
3.6.2	Krümmung	147
3.6.3	Anwendungen in der Ökonomie	153
3.7	Die Regeln von DE L'HOSPITAL	161
3.7.1	Der Fall „jj“	162
3.7.2	Der Fall „—“ ∞	164
3.7.3	Andere unbestimmte Ausdrücke	165
3.8	Partielle Ableitungen	167
3.8.1	Funktionen mit zwei Variablen	168
3.8.2	Funktionen mit n Variablen	172
3.8.3	Homogene Funktionen	174
3.9	Extremstellen von Funktionen mehrerer Variablen	176
3.9.1	Notwendige Bedingungen für Extremstellen	177
3.9.2	Hinreichende Bedingungen für Extremstellen	179
3.10	Extremstellen mit Nebenbedingungen	181
3.10.1	Die Einsetzmethode	181
3.10.2	Die LAGRANGE-Methode	186
3.11	Ausgleichen von Fehlern; Methode der kleinsten Quadrate	191

4.	Integralrechnung	195
4.1	Der Begriff des bestimmten Integrals	195
4.1.1	Einleitung	195
4.1.2	Das Flächenproblem	197
4.1.3	Das bestimmte Integral	198
4.2	Eigenschaften des Integrals	201
4.2.1	Elementare Eigenschaften	201
4.2.2	Der Mittelwertsatz	203
4.3	Zusammenhang zwischen Differential- und Integralrechnung	205
4.3.1	Das bestimmte Integral als Funktion der oberen Grenze	205
4.3.2	Berechnung bestimmter Integrale	206
4.3.3	Ökonomische Anwendungen	209
4.4	Methoden zur Berechnung von Integralen	212
4.4.1	Integration durch Substitution	212
4.4.2	Partielle Integration	215
4.5	Uneigentliche Integrale	218
4.6	Tabelle der wichtigsten Grundintegrale	224
4.6.1	Rationale algebraische Integranden	224
4.6.2	Irrationale algebraische Integranden	225
4.6.3	Transzendente Integranden	227
4.6.4	Tabelle einiger uneigentlicher Integrale	228
5.	Matrizen, Determinanten, lineare Gleichungssysteme	229
5.1	Matrizen, Definitionen und einfache Eigenschaften	229
5.1.1	Motivierungen	229
5.1.2	Definitionen	231
5.2	Operationen mit Matrizen	232
5.2.1	Gleichheit von Matrizen	232
5.2.2	Addition, skalare Multiplikation von Matrizen	233
5.2.3	Multiplikation von Matrizen	235
5.2.4	Das Schema von FALK zur Matrixmultiplikation	243
5.2.5	Transposition von Matrizen	245
5.3	Eigenschaften von Vektoren	247
5.3.1	Zeilen- und Spaltenvektoren	247
5.3.2	Lineare Abhängigkeit, lineare Unabhängigkeit von Vektoren	248
5.3.3	Das Skalarprodukt von Vektoren	252
5.3.4	Der Rang einer Matrix	254
5.4	Inversion von Matrizen	255
5.4.1	Definition, Beispiele	256
5.4.2	Rechengesetze für Inverse von Matrizen	260
5.4.3	Ein Verfahren zur Inversion von Matrizen	261
5.5	Determinanten	266
5.5.1	Zweireihige Determinanten	267
5.5.2	Dreireihige Determinanten	268
5.5.3	n-reihige Determinanten	271
5.5.4	Eigenschaften von Determinanten	273
5.6	Lineare Gleichungssysteme	277
5.6.1	Allgemeine Bemerkungen über lineare Gleichungssysteme	279
5.6.2	Lösung vermittelt Matrixinversion	281

5.6.3	Die CRAMERSche Regel	282
5.6.4	Der GAUSSsche Algorithmus	285
6.	Grundbegriffe der linearen Optimierung	295
6.1	Beispiele linearer Optimierungsprobleme	295
6.2	Lineare Optimierung in zwei Variablen	299
6.2.1	Lineare Ungleichungen und Ungleichungssysteme	299
6.2.2	Lineare Optimierung bei zwei Variablen	304
6.3	Das Simplexverfahren	308
6.3.1	Allgemeine Formulierung linearer Optimierungsprobleme, Standardform	308
6.3.2	Ecken und Basislösungen	312
6.3.3	Das Simplexverfahren	316
	Sachverzeichnis	327