

*Martin Bantel*

# Grundlagen der Messtechnik

Messunsicherheit von Messung und Messgerät

Mit 124 Bildern/Tabellen

Fachbuchverlag Leipzig  
im Carl Hanser Verlag

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Messunsicherheit von Messung und Messgerät</b>	11
1.1	Bedeutung der Messunsicherheit	11
1.2	Messunsicherheit der <u>Messung</u>	11
1.3	Messunsicherheit des <u>Messgeräts</u>	12
1.4	Messunsicherheit nach DIN1319 und GUM	12
<b>2</b>	<b>Messunsicherheit im Industrie-Messlabor</b>	16
2.1	Angabe der Messunsicherheit	16
2.2	Präsenz der Messunsicherheit	16
2.3	Mikrometer und Winkelsekunde	18
2.4	Messwert, Mittelwert und wahrer Wert	19
2.5	Skalenwert, Auflösung und Empfindlichkeit	20
2.6	Fehler und Abweichung	21
2.7	Größenordnung der Messfehler	21
2.8	Dezimalstellen nach dem Komma	22
2.8.1	Dezimalstellen im <u>Messergebnis</u>	22
2.8.2	Dezimalstellen bei <u>Zwischenrechnungen</u>	23
2.8.3	Beispiele für sinnvolle Anzahl der Dezimalstellen	23
2.9	1/10-Fehler-Regeln und deren Realisierungskosten	24
2.9.1	Inhalt der 1/10-Fehler-Regeln	24
2.9.2	Praxis der 1/10-Fehler-Regeln	24
2.9.3	Realisierungskosten der 1/10-Fehler-Regeln	24
2.9.4	Messunsicherheit und Gerätekosten	25
<b>3</b>	<b>Messunsicherheit-Definitionen</b>	26
3.1	Messunsicherheit statt Genauigkeit	26
3.2	Wichtigkeit des $\pm$ -Zeichens	26
3.3	Messwert und korrigierter Messwert	27
3.4	Messergebnis und vollständiges Messergebnis	28
3.4.1	Messergebnis und Formen des Messergebnisses	28
3.4.2	Beispiele zu den Formen des Messergebnisses	< 28
3.4.3	Vollständiges Messergebnis	29
3.5	Vertrauensniveau (1 - $\alpha$ )	30
3.5.1	Definition des Vertrauensniveaus	30
3.5.2	Bedeutung des Vertrauensniveaus	30
3.5.3	Wahl des Vertrauensniveaus	30
3.5.4	Vertrauensniveau von Einzelwert und Mittelwert	30
3.5.5	Vertrauensniveau und Messunsicherheit	30
3.5.6	Vertrauensniveau und Standardabweichung	30
3.6	Streuung und Toleranz	32
3.7	Fehlerquellen und Fehlerarten, Vorab-Übersicht	33

<b>4 Fehlerquellen</b> .....	34
4.1 Übersicht.....	34
4.2 Fehlerquellen der <u>Maßverkörperung</u> .....	34
4.2.1 Definition des Fehlers der Maßverkörperung.....	34
4.2.2 Maßstabsteilungsfehler.....	35
4.2.3 Falsche Steigung der Messspindel.....	35
4.2.4 Falsches Nennmaß.....	35
4.2.5 Nullpunkt drift und Umkehrspanne.....	36
4.2.6 Linearität.....	36
4.2.7 Hysterese.....	36
4.3 Fehlerquellen des <u>Messgeräts</u> .....	37
4.3.1 Definition des Messgeräte-Fehlers.....	37
4.3.2 Kippungen.....	38
4.3.3 Biegungen.....	38
4.3.4 Führungsfehler.....	38
4.3.5 Abbe'sches Komparatorprinzip.....	39
4.3.6 Fehlerordnungszahl.....	40
4.3.7 Fehler 1. Ordnung beim Messschieber.....	40
4.3.8 Fehler 2. Ordnung bei der Bügelmessschraube.....	42
4.3.9 Weitere Messunsicherheitseinflüsse des Messgeräts.....	44
4.4 Fehlerquellen des <u>Messaufbaus</u> .....	45
4.4.1 Abbe'sches Komparatorprinzip beim Messaufbau.....	45
4.4.2 Weitere Messunsicherheitseinflüsse des Messaufbaus.....	45
4.5 Fehlerquellen des <u>Messobjekts</u> .....	46
4.6 Fehlerquellen der <u>Messperson</u> .....	47
4.7 Fehlerquellen der <u>Umgebung</u> .....	48
4.7.1 Wärmedehnung.....	48
4.7.2 Schwingungen.....	49
<b>5 Fehlerarten</b> .....	50
5.1 Übersicht.....	50
5.2 Bekannte systematische Fehler.....	51
5.2.1 Definition der bekannten systematischen Fehler.....	51
5.2.2 Hinweise zu den bekannten systematischen Fehlern.....	51
5.2.3 Beispiele für bekannte systematische Fehler.....	52
5.2.4 Berücksichtigung der bekannten systematischen Fehler.....	53
5.2.5 Größe und Vorzeichen der bekannten systematischen Fehler.....	53
5.2.6 Beispiele zur Durchführung einer vorzeichenrichtigen Korrektur.....	54
5.2.7 Vertrauensniveau bei bekannten systematischen Fehlern.....	56
5.3 Unbekannte systematische Fehler.....	56
5.3.1 Definition der unbekannten systematischen Fehler.....	56
5.3.2 Hinweise zu den unbekannten systematischen Fehlern.....	57
5.3.3 Beispiele für unbekannte systematische Fehler.....	57
5.3.4 Berücksichtigung der unbekannten systematischen Fehler.....	58
5.3.5 Betrag der unbekannten systematischen Fehler.....	58
5.3.6 Vertrauensniveau bei unbekannten systematischen Fehlern.....	58

5.4	Zufällige Fehler.....	59
5.4.1	Definition der zufälligen Fehler.....	59
5.4.2	Hinweise zu den zufälligen Fehlern.....	59
5.4.3	Beispiele für zufällige Fehler.....	60
5.4.4	Berücksichtigung der zufälligen Fehler.....	61
5.4.5	Betrag der zufälligen Fehler: Standardabweichung.....	61
5.4.6	Gauß'sche Glockenkurve und deren «-Abhängigkeit.....	63
	Normalverteilung aus 10 Einzelwerten.....	63
	Normalverteilung aus 100 Einzelwerten.....	64
	Normalverteilung aus unendlich vielen Einzelwerten.....	65
5.4.7	Vertrauensniveau, Vertrauensbereich, Vertrauensfaktor.....	66
	Vertrauensniveau.....	66
	Vertrauensbereich.....	67
	Vertrauensfaktor.....	68
5.4.8	Ermittlung der Standardabweichung.....	69
	Graphische Ermittlung der Standardabweichung s.....	70
	Mathematische Ermittlung der Standardabweichung s.....	70
	Tabellarische Ermittlung der Standardabweichung s.....	71
	Standardabweichung des Mittelwerts $S_j$ sowie «rund $a^{\wedge}$ ».....	72
	n-Abhängigkeit der Standardabweichung $s$ ( $n = 10, n = 3$ ).....	73
5.4.9	Vertrauensniveau bei zufälligen Fehlern.....	77
	Vertrauensniveaus und deren Einsatzgebiete.....	77
5.5	Große Fehler.....	78
5.5.1	Definition der groben Fehler.....	78
5.5.2	Hinweise zu den groben Fehlern.....	78
5.5.3	Beispiele für grobe Fehler.....	79
5.5.4	Berücksichtigung der groben Fehler.....	79
5.5.5	Ermittlung der groben Fehler.....	79
5.5.6	Vertrauensniveau bei groben Fehlern.....	79
<b>6</b>	<b>Fehlerfortpflanzung</b> .....	80
6.1	Übersicht.....	80
6.1.1	Einführung in die Fehlerfortpflanzung.....	80
6.1.2	Einführung in fluchtende und nicht fluchtende Fehler.....	81
6.1.3	Einführung in die Fehlerfortpflanzung der Fehlerarten.....	82
6.2	Fortpflanzung <u>fluchtender Fehler</u> .....	83
6.2.1	Einführung in die fluchtenden Fehler, Beispiel „Endmaßkombination“.....	83
6.2.2	Fortpflanzung fluchtender <u>bekannter systematischer Fehler</u> .....	84
	Methode 1: „Summe der Einzelfehler“.....	84
	Methode 2: „Istsumme-Sollsumme“.....	85
6.2.3	Fortpflanzung fluchtender <u>unbekannter systematischer Fehler</u> .....	86
	Betrachtungsweise 1: „Wahrscheinlicher Fehler“.....	86
	Betrachtungsweise 2: „Größtfehler“.....	87
6.2.4	Fortpflanzung fluchtender <u>zufälliger Fehler</u> .....	88
	Betrachtungsweise 1: „Wahrscheinlicher Fehler“.....	88
	Betrachtungsweise 2: „Größtfehler“.....	89
6.2.5	Fortpflanzung fluchtender <u>grober Fehler</u> .....	89

6.3	Fortpflanzung <u>nicht</u> fluchtender Fehler.....	90
6.3.1	Einführung in die nicht fluchtenden Fehler, Beispiel „Sinuslineal“.....	90
6.3.2	Fortpflanzung nicht fluchtender <u>bekannter</u> systematischer Fehler.....	91
	Methode 1: „Summe der partiellen Ableitungen“.....	91
	Methode 2: „Ist-Soll-Beziehungsgleichung“.....	94
6.3.3	Fortpflanzung nicht fluchtender <u>unbekannter</u> systematischer Fehler.....	96
	Betrachtungsweise 1: „Wahrscheinlicher Fehler“.....	96
	Betrachtungsweise 2: „Größtfehler“.....	97
6.3.4	Fortpflanzung nicht fluchtender <u>zufälliger</u> Fehler.....	98
	Betrachtungsweise 1: „Wahrscheinlicher Fehler“.....	98
	Betrachtungsweise 2: „Größtfehler“.....	99
6.3.5	Fortpflanzung nicht fluchtender <u>grober</u> Fehler.....	99
6.4	Ergebnis-Vergleich der Übungsbeispiele.....	100
6.4.1	Einführung „Was ist gegeben?“.....	100
6.4.2	Zusammenfassender Ergebnis-Vergleich.....	101
6.4.3	Fehlergrößen bei Endmaßkombination und Sinuslineal.....	102
6.4.4	Messunsicherheiten bei Endmaßkombination und Sinuslineal.....	103
7	<b>Messunsicherheit der <u>Messung</u></b> .....	104
7.1	Übersicht.....	104
7.2	Begriffe und Grundlagen zur Ermittlung der Messunsicherheit.....	105
7.3	Gleichungen zur Ermittlung der Messunsicherheit.....	108
7.3.1	Messunsicherheit bei fluchtenden Fehlern.....	108
7.3.2	Messunsicherheit bei <u>nicht</u> fluchtenden Fehlern.....	109
» 7.4	Sieben Schritte zur Ermittlung der Messunsicherheit der <u>Messung</u> .....	110
	SCHRITT 1: Ermittlung der Fehlerquellen.....	110
	SCHRITT 2: Klassifizierung nach Fehlerarten.....	110
	SCHRITT 3: Ermittlung der Fehlergrößen.....	111
	SCHRITT 4: Zusammenfassung der Fehler.....	112
	SCHRITT 5: Korrektur des Messwerts.....	113
	SCHRITT 6: Berechnung der Messunsicherheit bei Einzel- und Mittelwert.....	113
	SCHRITT 7: Angabe des vollständigen Messergebnisses.....	113
8	<b>Messunsicherheit des <u>Messgeräts</u></b> .....	114
8.1	Übersicht.....	114
8.2	Arten der Angabe der Messunsicherheit des <u>Messgeräts</u> .....	115
8.2.1	Einführung.....	115
8.2.2	Absoluter Fehler.....	115
8.2.3	Relativer oder prozentualer Fehler.....	116
8.2.4	Fehler-Klassenzahl oder Genauigkeitsklasse.....	118
8.2.5	Dimensionsloser Fehler.....	119
8.2.6	Messunsicherheitsgleichung (Bezug: <u>Einzelwert</u> ).....	119
8.2.7	Messunsicherheitsgleichung (Bezug: <u>Mittelwert</u> ).....	122
8.3	Sechs Schritte zur Ermittlung der <u>Messunsicherheitsgleichung</u> .....	124
	SCHRITT 1: Störeinflussabhängige Messunsicherheitsmessungen.....	124
	SCHRITT 2: Diagrammdarstellung der Tabellenwerte.....	125

SCHRITT 3: $k_1$ = Konstanter Messunsicherheitsanteil.....	125
SCHRITT 4: $k_2$ = Störgrößen-Konstante.....	126
SCHRITT 5: Angabe der Messunsicherheitsgleichung.....	126
SCHRITT 6: Messunsicherheit ausgewählter Messwerte.....	127
Zusatz-SCHRITT: Messunsicherheit des Mittelwerts.....	127
<b>9 Beispiele zur Ermittlung der Messunsicherheit.....</b>	128
9.1 Übersicht.....	128
9.2 Messunsicherheit infolge fluchtender und nicht fluchtender <u>Toleranzen</u> .....	130
BEISPIEL 1 : Messen mit Endmaßkombination (fluchtende Fehler).....	130
BEISPIEL 2 : Messen mit Sinuslineal (nicht fluchtende Fehler).....	134
9.3 Messunsicherheit der Messung mit <u>Kompakt-Messgeräten</u> .....	138
BEISPIEL 3 : Messunsicherheit beim Messen mit Gliedermaßstab.....	138
BEISPIEL 4 : Messunsicherheit beim Messen mit Messschieber.....	142
Vergleich: Analoger und digitaler Messschieber.....	146
BEISPIEL 5 : Messunsicherheit beim Messen mit Bügelmessschraube.....	148
Vergleich: Analoge und digitale Bügelmessschraube.....	152
BEISPIEL 6 : Messunsicherheit beim Messen mit Höhenmessgerät.....	154
BEISPIEL 7 : Messunsicherheit beim Messen mit Koordinatenmessgerät.....	158
Vom inkrementalen Maßstab zur digitalen Anzeige.....	163
BEISPIEL 8 : Messunsicherheit beim Messen mit digitalem Multimeter.....	164
Vergleich: Digitales und analoges Multimeter.....	167
9.4 Messunsicherheit der Messung mit <u>Messaufbauten</u> .....	168
BEISPIEL 9 : Längenmessung mit Messuhrvorrichtung.....	168
BEISPIEL 10: Bestimmung der Schallgeschwindigkeit.....	174
Schallgeschwindigkeit in unterschiedlichen Medien.....	179
BEISPIEL 11: Druckmessung mit einem elektrischen Messaufbau.....	180
Druckeinheiten und Beispiele zur Druckmessung.....	185
BEISPIEL 12: Neigung des „Schießen Turms von Pisa“.....	186
(Messunsicherheit aus nicht fluchtenden Einzelfehlern).....	186
9.5 Messunsicherheit des Messgeräts als <u>Messunsicherheitsgleichung</u> .....	191
Informationen zur Messunsicherheitsgleichung.....	191
BEISPIEL 13: Messunsicherheitsgleichung des Gliedermaßstabs.....	192
BEISPIEL 14: Messunsicherheitsgleichung des Messschiebers.....	198
BEISPIEL 15: Messunsicherheitsgleichung der Bügelmessschraube.....	204
BEISPIEL 16: Messunsicherheitsgleichung der Messuhrvorrichtung.....	210
BEISPIEL 17: Messunsicherheitsgleichung des Höhenmessgeräts.....	216
BEISPIEL 18: Messunsicherheitsgleichung des KMG mit CAA.....	222
9.6 Messunsicherheiten im <u>Quervergleich</u> aus den Beispielen 1-18.....	228
9.6.1 Einführung.....	228
9.6.2 Messunsicherheit fluchtender und nicht fluchtender <u>Toleranzen</u> .....	228
9.6.3 Messunsicherheit der Messung mit <u>Kompakt-Messgeräten</u> .....	229
9.6.4 Messunsicherheit der Messung mit <u>Messaufbauten</u> .....	230
9.6.5 Messunsicherheit des Messgeräts als <u>Messunsicherheitsgleichung</u> .....	231
<b>Literaturverzeichnis.....</b>	232
<b>Sachwortverzeichnis.....</b>	236