

Brückenkurs Mathematik

Von

Dr. Karl Bosch

Professor für angewandte Mathematik
und Statistik an der
Universität Stuttgart-Hohenheim

9., verbesserte Auflage

R. Oldenbourg Verlag München Wien

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	V
Kapitel: Grundlagen der Mengenlehre	1
1.1 Der Begriff einer Menge	1
1.2 Darstellungen von Mengen	1
1.3 Grundmenge und leere Menge	3
1.4 Gleichheit von Mengen	3
1.5 Teilmengen	4
1.6 Durchschnitt und Vereinigung	5
1.7 Differenz- und Komplementärmenge	8
1.8 Eigenschaften der Mengenoperationen	9
1.9 Aufgaben	10
Kapitel 2: Zahlenbereiche (Zahlenmengen)	12
2.1 Die natürlichen Zahlen	12
2.2 Die ganzen Zahlen	14
2.3 Die rationalen Zahlen (Brüche)	16
2.4 Die reellen Zahlen	20
2.5 Aufgaben	22
Kapitel 3: Das Rechnen mit reellen Zahlen	23
3.1 Allgemeine Rechenregeln	23
3.2 Das Rechnen mit Klammern	24
3.3 Klammern in Klammern	27
3.4 Aufgaben	28
Kapitel 4: Das Rechnen mit Brüchen	30
Kapitel 5: Summen- und Produktzeichen	35
5.1 Das Summenzeichen	35
5.2 Das Produktzeichen	38
5.3 Aufgaben	39
Kapitel 6: Das Prinzip der vollständigen Induktion und Summenformeln	41
Kapitel 7: Die binomischen Formeln	46
Kapitel 8: Der binomische Lehrsatz - Fakultäten - Binomialkoeffizienten	48
8.1 Fakultäten	48
8.2 Binomialkoeffizienten	48
8.3 Der binomische Lehrsatz	49
8.4 Aufgaben	51
Kapitel 9: Das Rechnen mit Quadratwurzeln	52

Kapitel 10: Potenzen und allgemeine Wurzeln	56
10.1 Potenzen mit ganzzahligen positiven Exponenten	56
10.2 Potenzen mit ganzzahligen Exponenten	57
10.3 n-te Wurzeln (Potenzen mit dem Exponenten $1/n$)	58
10.4 Potenzen mit rationalen Exponenten	60
10.5 Lösungen von Potenzgleichungen	62
10.6 Aufgaben	63
Kapitel 11: Logarithmen	66
11.1 Allgemeine Logarithmen	66
11.2 Zehnerlogarithmen (dekadische Logarithmen)	67
11.3 Natürliche Logarithmen	67
11.4 Rechenregeln für beliebige Logarithmen	67
11.5 Lösungen von Exponentialgleichungen	70
11.6 Logarithmen zu verschiedenen Basen	70
11.7 Aufgaben	72
Kapitel 12: Lineare Gleichungen mit einer Variablen	74
Kapitel 13: Geradengleichungen in der x-y-Ebene	80
13.1 Koordinatengleichung einer Geraden	80
13.2 Schnitt zweier Geraden	83
13.3 Orthogonale Geraden	85
13.4 Aufgaben	85
Kapitel 14: Quadratische Gleichungen	87
14.1 Reinquadratische Gleichungen $ax^2 + c = 0$	87
14.2 Die spezielle quadratische Gleichung $ax^2 + bx = 0$; $a \neq 0$	88
14.3 Die allgemeine quadratische Gleichung (quadratische Ergänzung)	89
14.4 Der Satz von Vieta	93
14.5 Berechnung der zweiten Lösung aus einer Lösung	95
14.6 Polynomdivision bei einer vorgegebenen Lösung	96
14.7 Wurzelgleichungen, die auf quadratische Gleichungen führen	97
14.8 Gleichungen, die durch Substitution auf quadratische Gleichungen führen	100
14.9 Gleichungen mit Brüchen mit Unbekannten im Nenner	103
14.10 Aufgaben	106
Kapitel 15: Parabeln	108
15.1 Nach oben geöffnete Normalparabeln	108
15.2 Nach unten geöffnete (gespiegelte) Normalparabeln	110
15.3 Allgemeine Parabeln	112
15.4 Nullstellen von Parabeln-quadratische Gleichungen	115
15.5 Schnitt einer Parabel mit einer Geraden	116
15.6 Schnitt zweier Parabeln	118
15.7 Aufgaben	120
Kapitel 16: Ungleichungen und Beträge	121
16.1 Das Rechnen mit Ungleichungen	121
16.2 Intervalle	122
16.3 Lineare Ungleichungen mit einer Variablen	123

16.4	Beträge und Abstände. Ungleichungen mit Beträgen	126
16.5	Quadratische Ungleichungen	128
16.5.1	Reinquadratische Ungleichungen	128
16.5.2	Allgemeine quadratische Ungleichungen	129
16.6	Aufgaben	137
Kapitel 17: Gleichungen höherer Ordnung - Polynomdivision		139
17.1	Ausklammern einer Potenz von x	139
17.2	Vorgabe einer Lösung (Polynomdivision)	141
17.3	Aufgaben	145
Kapitel 18: Lineare Gleichungssysteme		146
18.1	Lineare Gleichungssysteme mit zwei Unbekannten	146
18.2	Lineare Gleichungen mit drei Unbekannten	151
18.3	Aufgaben	152
Kapitel 19: Grundlagen der ebenen Geometrie		154
19.1	Dreieck	154
19.2	Strahlensätze	156
19.3	Viereck	157
19.4	Vieleck	159
19.5	Kreis	160
19.6	Aufgaben	160"
Kapitel 20: Trigonometrische Funktionen und Bogenmaß		162
20.1	Trigonometrische Funktionen im rechtwinkligen Dreieck	162
20.2	Bogenmaß auf dem Einheitskreis	162
20.3	Sinus- und Kosinusfunktion	163
20.4	Tangens- und Kotangensfunktion	166
Kapitel 21: Volumina und Oberflächen von Körpern		169
21.1	Quader	169
21.2	Würfel	169
21.3	Kreiszyylinder	170
21.4	Prismen	170
21.5	Kreiskegel	171
21.6	Pyramiden	173
21.7	Gerader Kegelstumpf	174
21.8	Kugeln	176
21.9	Aufgaben	176
Kapitel 22: Folgen (reelle Zahlenfolgen) und spezielle Reihen		177
22.1	Definition einer Folge (reelle Zahlenfolge)	177
22.2	Monotone und beschränkte Folgen	177
22.3	Arithmetische Folge	178
22.4	Arithmetische Reihe	180
22.4.1	Die Summe der natürlichen Zahlen von 1 bis n	180
22.4.2	Die allgemeine arithmetische Reihe	180
22.5	Geometrische Folge	181
22.6	Endliche geometrische Reihe	182

22.6.1	Spezielle endliche geometrische Reihe	.182
22.6.2	Allgemeine endliche geometrische Reihe	.183
22.7	Konvergente und divergente Folgen	.184
22.8	Die unendliche geometrische Reihe	.187
22.9	Aufgaben	.188
Kapitel 23: Differentialrechnung bei Funktionen einer Variablen		.190
23.1	Definition einer Funktion	.190
23.2	Grenzwert einer Funktion	.194
23.3	Stetige Funktion	.195
23.4	Die Ableitung einer Funktion	.200
23.5	Kurvendiskussion	.206
23.6	Aufgaben	.208
Kapitel 24: Integralrechnung		.210
24.1	Das bestimmte Integral	.210
24.2	Die Integralfunktion	.213
24.3	Stammfunktion und unbestimmtes Integral	.214
24.4	Berechnung bestimmter Integrale mit Hilfe einer beliebigen Stammfunktion	.215
24.5	Aufgaben	.218
Lösungen der Aufgaben		.219
Sachwortverzeichnis		.258