

Jürgen Tietze

# Einführung in die Finanzmathematik

**Klassische Verfahren und neuere  
Entwicklungen: Effektivzins- und  
Renditeberechnung, Investitionsrechnung,  
Derivative Finanzinstrumente**

6., verbesserte Auflage

Mit über 500 Übungsaufgaben

# Inhaltsverzeichnis

Abkürzungen, Variablennamen . . . . .	X
<b>1 Voraussetzungen und Hilfsmittel . . . . .</b>	<b>1</b>
1.1 Prozentrechnung . . . . .	1
1.2 Lineare (einfache) Verzinsung . . . . .	17
1.2.1 Grundlagen der linearen Verzinsung . . . . .	18
1.2.2 Das Äquivalenzprinzip der Finanzmathematik, (bei linearer Verzinsung). . . . .	26
1.2.3 Terminrechnung - mittlerer Zahlungstermin . . . . .	38
1.2.4 Vorschüssige Verzinsung, Wechseldiskontierung . . . . .	46
<b>2 Zinseszinsrechnung (exponentielle Verzinsung) . . . . .</b>	<b>51</b>
2.1 Grundlagen der Zinseszinsrechnung . . . . .	51
2.2 Das Äquivalenzprinzip der Finanzmathematik (bei Zinseszinsen). . . . .	62
2.3 Unterjährige Verzinsung . . . . .	75
2.3.1 Diskrete unterjährige Verzinsung . . . . .	75
2.3.2 Zur Effektivverzinsung kurzfristiger Kredite. . . . .	82
2.3.3 Gemischte Verzinsung . . . . .	85
2.3.4 Stetige Verzinsung. . . . .	88
2.4 Inflation und Verzinsung. . . . .	93
2.4.1 Inflation. . . . .	93
2.4.2 Exponentielle Verzinsung unter Berücksichtigung von Preissteigerungen/ Inflation . . . . .	96
<b>3 Rentenrechnung . . . . .</b>	<b>101</b>
3.1 Vorbemerkungen. . . . .	101
3.2 Gesamtwert (Zeitwert) einer Rente zu beliebigen Bewertungsstichtagen. . . . .	102
3.3 Vor- und nachschüssige Renten. . . . .	106
3.4 Rentenrechnung und Äquivalenzprinzip - Beispiele und Aufgaben. . . . .	109
3.5 Zusammengesetzte Zahlungsreihen und wechselnder Zinssatz . . . . .	118
3.6 Ewige Renten . . . . .	121
3.7 Kapitalaufbau/Kapitalabbau durch laufende Zuflüsse/Entnahmen . . . . .	126
3.8 Auseinanderfallen von Ratentermin und Zinszuschlagtermin . . . . .	132
3.8.1 Rentenperiode größer als Zinsperiode. . . . .	133
3.8.2 Zinsperiode größer als Rentenperiode . . . . .	136
3.8.2.1 ISMA - Methode („internationale Methode“). . . . .	136
3.8.2.2 US-Methode. . . . .	138
3.8.2.3 „360-Tage-Methode“. . . . .	139

3.9	Renten mit veränderlichen Raten . . . . .	149
3.9.1	Arithmetisch veränderliche Renten . . . . .	149
3.9.2	Geometrisch veränderliche Renten . . . . .	155
3.9.2.1	Grundlagen . . . . .	155
3.9.2.2	Geometrisch steigende Renten - Kompensation von Preissteigerungen . . . . .	159
3.9.2.3	Zusammenfassung . . . . .	161
3.9.3	Veränderliche unterjährig zahlbare Renten . . . . .	165
	<b>Tilgungsrechnung . . . . .</b>	<b>173</b>
4.1	Grundlagen, Tilgungsplan, Vergleichskonto . . . . .	173
4.2	Tilgungsarten . . . . .	181
4.2.1	Allgemeine Tilgungsschuld . . . . .	181
4.2.2	Gesamtfällige Schuld ohne Zinsansammlung . . . . .	184
4.2.3	Gesamtfällige Schuld mit vollständiger Zinsansammlung . . . . .	185
4.2.4	Ratentilgung (Ratenschuld) . . . . .	186
4.2.5	Annuitätentilgung (Annuitätenschuld) . . . . .	187
4.2.5.1	Annuitätenkredit - Standardfall . . . . .	187
4.2.5.2	Annuitätenkredit - Ergänzungen . . . . .	193
4.2.5.3	Exkurs: Annuitätenkredit mit Disagio . . . . .	198
4.2.5.4	Exkurs: Tilgungsstreckung, Zahlungsaufschub, Tilgungsstreckungs- darlehen, Stückelung . . . . .	203
4.3	Tilgungsrechnung bei unterjährigen Zahlungen . . . . .	212
4.3.1	Kontoführungsmethode 1 (360-Tage-Methode) . . . . .	213
4.3.2	Kontoführungsmethode 2 (Braess) . . . . .	214
4.3.3	Kontoführungsmethode 3 (US) . . . . .	215
4.3.4	Kontoführungsmethode 4 (ISMA) . . . . .	217
4.4	Nachschüssige Tilgungsverrechnung . . . . .	220
	<b>Die Ermittlung des Effektivzinssatzes in der Finanzmathematik . . . . .</b>	<b>225</b>
5.1	Grundlagen . . . . .	225
5.1.1	Der Effektivzinsbegriff . . . . .	225
5.1.2	Berechnungsverfahren für den Effektivzinssatz . . . . .	230
5.2	Effektivzinsermittlung bei jährlichen Leistungen . . . . .	234
5.2.1	Effektivzinsermittlung bei Standardkrediten . . . . .	234
5.2.2	Exkurs: Disagioerstattung . . . . .	245
5.2.3	Exkurs: Unterschiedliche Kreditkonditionen bei gleichem Zahlungsstrom . . . . .	246
5.3	Effektivzinsermittlung bei unterjährigen Leistungen . . . . .	253
5.3.1	2-Phasen-Plan zur Effektivzinsermittlung . . . . .	253
5.3.2	Die Berechnung von $i_{\text{ef}}$ : Anwendungen des 2-Phasen-Plans - Variationen eines Basis-Kredits . . . . .	260
5.3.3	Effektiverzinssatz und unterjährige Zahlungen - ausgewählte Probleme . . . . .	273
5.3.3.1	Disagio-Varianten bei identischen Zahlungsströmen . . . . .	274
5.3.3.2	Tilgungsstreckungsdarlehen bei unterjährigen Leistungen . . . . .	279
5.3.3.3	Disagio-Rückerstattung bei unterjährigen Leistungen . . . . .	283
5.3.3.4	Effektiverzinssatz von Ratenkrediten . . . . .	284
5.3.3.5	Anlageformen mit unterjährigen Leistungen - Beispiel Bonussparen . . . . .	288
5.3.3.6	Übungsaufgaben zur Effektivzinsermittlung bei unterjährigen Leistungen . . . . .	292
5.4	Exkurs: Finanzmathematische Aspekte zur „richtigen“ Verzinsungsmethode . . . . .	297

<b>6 Einführung in die Finanzmathematik festverzinslicher Wertpapiere</b> . . . . .	307
6.1 Grundlagen der Kursrechnung und Renditeermittlung . . . . .	307
6.2 Kurs und Rendite bei ganzzahligen Restlaufzeiten. . . . .	313
6.3 Kurs und Rendite zu beliebigen Zeitpunkten - Stückzinsen und Börsenkurs. . . . .	316
<b>7 Exkurs: Aspekte der Risikoanalyse - das Duration-Konzept</b> . . . . .	321
7.1 Die Duration als Maß für die Zinsempfindlichkeit von Anleihen. . . . .	322
7.2 Die Duration von Standard-Anleihen - Berechnungsverfahren und Einflussgrößen... . . . .	328
7.3 Die immunisierende Eigenschaft der Duration. . . . .	339
7.4 Duration und Convexity. . . . .	345
<b>8 Exkurs: Derivative Finanzinstrumente - Futures und Optionen</b> . . . . .	351
8.1 Termingeschäfte: Futures und Optionen - ein Überblick . . . . .	352
8.2 Forwards/Futures: Terminkauf und -verkauf. . . . .	353
8.3 Optionen: Basisformen. . . . .	359
8.4 Einfache Kombinationen aus Fixgeschäften und Optionen. . . . .	367
8.5 Spreads. . . . .	372
8.6 Straddles. . . . .	377
8.7 Strangles / Combinations. . . . .	379
8.8 Einführung in die Optionspreisbewertung. . . . .	381
<b>9 Finanzmathematische Verfahren der Investitionsrechnung</b> . . . . .	395
9.1 Vorbemerkungen . . . . .	395
9.2 Kapitalwert und äquivalente Annuität einer Investition. . . . .	397
9.3 Interner Zinssatz einer Investition - Vorteilhaftigkeitskriterien. . . . .	404
<b>Literaturverzeichnis</b> . . . . .	421
<b>Sachwortverzeichnis</b> . . . . .	425